

Capítulo 3

Sobre la Relación Lógica de Pertenencia

Resumiendo lo visto en los capítulos anteriores, la concepción clásica del análisis puede resumirse en cuatro tesis íntimamente ligadas entre sí:

1. La concepción agregativa de la estructura. Ningún componente juega un papel diferente al de otro. Todos están contenidos en aquello que componen por igual.¹
2. Análisis como definición explícita. Analizar es buscar las condiciones necesarias y suficientes de aplicación correcta de un concepto (de verdad de un enunciado, de validez de un argumento, etc.).
3. Analiticidad como contención. En todo juicio analítico, un concepto es idéntico o está contenido en otro; comúnmente el concepto está contenido en el sujeto.
4. Contención como consecuencia lógica. Existe una sola relación lógica entre conceptos: que uno esté contenido en (sea consecuencia lógica de) el otro.

Si bien esta concepción del análisis se mantuvo intacta y predominó a lo largo de muchos siglos, desde finales del siglo XIX, una nueva generación de lógicos y filósofos (Peirce 1880, DeMorgan 1860, Russell 1903 etc.) empezó a criticar fuertemente su incapacidad de dar cuenta de muchos fenómenos lógicos y semánticos ligados a la estructura lógica de las relaciones.

¹. Esto implica una especie de principio de extensionalidad para el contenido intensional de los conceptos; es decir, que conceptos que tengan las mismas partes componentes serán equivalentes. Este principio también es análogo al así-llamado principio de análisis único para los universales de David Lewis (1986).

El tema de las relaciones es fundamental para cualquier tratamiento del análisis conceptual pues, como hemos visto en los capítulos anteriores, lo que éste revela de un concepto no es sino sus **relaciones** lógicas con otros conceptos. Cuando analizamos, por ejemplo, al concepto de “montaña” y le asignamos como condiciones necesarias el ser una masa de tierra o roca y el elevarse a una altura considerable, definimos al concepto por su relación lógica con otros conceptos (el de ser una masa de tierra o roca y el de elevarse a una altura considerable); en particular, decimos que los implica lógicamente (a cada uno de ellos) y a su vez es implicado por ellos (en conjunto).

Como veremos en este capítulo, las relaciones muestran un comportamiento lógico muy distinto al resto de los conceptos.² En este capítulo mostraré cómo el orden es un elemento fundamental de muchas relaciones y, sin embargo, es también algo de lo cual la concepción clásica es incapaz de dar cuenta. Aún enunciados tan simples como “*Perro* es una especie animal” introducen problemas insuperables para el análisis clásico que requieren la introducción de un nuevo tipo de relación lógica (lo que llamaré, siguiendo la

². En consistencia con los objetivos de este libro, cuando hablo de relaciones, hablo de un tipo de conceptos o representaciones abstractas.

convención medieval, una nueva *cópula* lógica): la pertenencia, la cual nos obliga a abandonar algunas de las tesis fundamentales de la concepción clásica.³

I. El Problema Fundamental: Relación y Orden

1. Toda relación que no es simétrica establece un orden

³ Si bien es cierto que el tratamiento más riguroso de la *cópula* de pertenencia se lo debemos a la teoría de conjuntos, no debemos olvidar que ésta es una teoría matemática. Como tal, su motivación principal no fue ofrecer una teoría de la *cópula* de pertenencia, sino ofrecer un tratamiento riguroso del infinito para el análisis de funciones matemáticas (Kanamori 1996, Ferreirós 2007b). En este sentido, se puede decir que, aunque la teoría de conjuntos es un instrumento muy valioso para la expansión del análisis lógico filosófico (especialmente, para el modelado formal de la *cópula* de pertenencia, Ferreirós 2001), su objetivo principal nunca fue éste. Por lo tanto, si lo que nos interesa es solamente entender la *cópula* de pertenencia, no es necesario ocuparnos con la totalidad de la teoría de conjuntos, sino tan sólo algunos de sus elementos más básicos. Por ello, la presentación de dicha teoría que hago en este capítulo es excesivamente somera desde el punto de vista matemático. A decir verdad, he preferido omitir todo formalismo matemático, para poner de relieve la dimensión filosófica subyacente. Espero, de esta manera, no presuponer ni siquiera el mínimo de familiaridad con la teoría de conjuntos ni con ninguna otra teoría matemática.

El problema fundamental que no permite que la concepción clásica dé cuenta de la estructura de las relaciones es el orden (Russell 1903, Moore 1919-20).⁴ Esto se debe a que, con excepción de algunas relaciones simétricas (como “ser hermano de” o “estar junto a”), en la mayoría de los casos, los individuos que entran en una relación lo hacen de manera distinta. No es lo mismo amar que ser amado, beber que ser bebido, ser padre de alguien que ser su hijo, estar a la izquierda que estar a la derecha. En la mayoría de los casos, el orden en que aparecen los individuos en el enunciado que usamos para expresar su relación les asigna distintos papeles. Las proposiciones “Eduardo VII fue el padre de Jorge V” y “Jorge V fue el padre de Eduardo VII”, relacionan a los mismos términos y, sin embargo, no son la misma proposición. Los conceptos que corresponden con relaciones como *lanzar*, *crear*, o *ser padre de* por lo tanto, no pueden tener una extensión en el mismo sentido que la tienen conceptos como el de *montaña*, *hermano*, *avenida* o *estrella*. Para ellos, todos los

⁴ Sin embargo, en la versión original de Russell, éste sostuvo que la consecuencia lógica no podía capturar la relación sujeto-predicado (tal y como aparece en la definición kantiana de analiticidad), ya que ésta no es una relación simétrica. De manera célebre, Ramsey (1925) criticó esta concepción russelliana arguyendo que la relación sujeto-predicado sí es, en sentido relevante, simétrica: “Ahora me parece tan claro como algo puede serlo en filosofía que los dos enunciados “Sócrates es sabio” y “La sabiduría es característica de Sócrates” afirman el mismo hecho y expresan la misma proposición. No son, por supuesto, el mismo enunciado, pero tienen el mismo significado... Ahora bien, “Sócrates” es el sujeto de uno de los enunciados, mientras que “Sabiduría” lo es del otro; y así cuál de los dos sea el sujeto y cuál el predicado depende del enunciado en particular que usemos para expresar la proposición, y no tiene nada que ver con la naturaleza lógica de Sócrates o de la sabiduría ... De la misma manera, con un lenguaje suficientemente elástico cualquier proposición puede expresarse de tal manera que cualquiera de sus términos sea el sujeto. De ahí que no haya una diferencia esencial entre el sujeto y el predicado de una proposición, ni se puede basar una clasificación fundamental de objetos en ella.” (Ramsey 1925, 12. Mi traducción) Por ello, en mi exposición no sigo la presentación original de Russell, sino que le trato de dar una formulación más intuitiva y contemporánea.

objetos a los que se les aplica el concepto, se les aplica por igual. Al predicar un concepto como el de *ser una montaña* a diferentes objetos, lo único que se dice de ellos es que tienen la propiedad en cuestión, es decir, que cada uno de ellos es una montaña y, en este sentido, lo que se dice de cada uno de ellos es exactamente lo mismo. Una montaña es tan montaña como otra y desde el punto de vista del concepto *montaña*, todas las montañas son iguales. En otras palabras, no hay distinciones lógicas al interior de su extensión, todos los objetos en su extensión son iguales. Pero no sucede lo mismo con las relaciones: no todos los individuos que entran en una relación lo hacen del mismo modo. Desde el punto de vista del concepto *amar a*, por ejemplo, no es lo mismo amar que ser amado, y por lo tanto, los diferentes individuales involucrados en la relación juegan papeles distintos. Lo mismo se puede decir de relaciones como la de *vivir en*, *estar al este de*, *ser más alto que*, etc. Consideremos, por ejemplo, la relación asimétrica *amar a alguien*, y comparémosla con un concepto no-relacional como *ser calvo*. Tomando una perspectiva tal vez demasiado antropocéntrica, podemos decir que el amor es una relación que se da entre (algunos) seres humanos, igual que la calvicie es una propiedad de algunos seres humanos. Ser humano es una condición necesaria del amor tanto como de la calvicie. Para amar o ser amado, o para ser calvo, es necesario primero ser humano. El sentido común parece decirnos que la única diferencia entre una relación como el amor y una propiedad como la calvicie, es que esta última se predica de un solo sujeto, mientras que las relaciones involucran a dos o más.

Para estar calvo, no se necesita a nada o a nadie más.⁵ Para amar, sin embargo, se necesita a *alguien* a quien amar.

Sin embargo, esta visión de sentido común pronto encuentra dificultades. Basta darse cuenta de que el amor es una relación asimétrica. No es lo mismo *amar* a alguien que *ser amado* por alguien. Pongamos un ejemplo simple. Supongamos que Juan ama a María. Sería muy sencillo decir que el amor es una relación que se da entre Juan y María. Sin embargo, supongamos además que el amor de Juan por María no es correspondido, es decir, que María no ama a Juan. Entonces deberíamos decir que el amor se da en un sentido pero no en el otro. De ahí que debemos concluir que el amor no es simplemente una relación que se da entre dos personas, sino que se da entre dos personas *en cierto orden*. En nuestro ejemplo, se da de Juan hacia María, pero no de María a Juan. El orden es esencial.

Para explicar la diferencia entre que Juan ame a María y María ame a Juan no basta apelar a las entidades involucradas, ya que éstas son las mismas en ambos casos: *Juan*, *María* y el *amor* entre ellos. La diferencia se da en el papel que juegan cada una de ellas. Si pensamos en María, Juan y el Amor como piezas de un rompecabezas, veremos que las diferentes maneras en que pueden engarzarse entre sí pueden corresponder a hechos diferentes. Si las arreglamos en cierto orden, tendremos que María ama a Juan. Si cambiamos el orden, tendremos que Juan ama a María. A diferencia de los conceptos monádicos, para entender las relaciones, el orden es importante.

⁵. En realidad también esto último puede resultar falso en un análisis más profundo. Calvo puede también ser un concepto relacional, pues según algunas teorías contextualistas sobre conceptos vagos, nadie puede ser calvo sino en comparación con alguien más (Shapiro 2006.)

Pero nótese que cuando hablo de orden aquí no me refiero a ninguna jerarquía – en ningún sentido sustancial, en el amor, el amante es primero y el amado segundo, por ejemplo – sino a una distribución de roles. Decimos que el orden es importante para la aplicación de relaciones como *amara a*, *estar mas abajo que*, *aprender*, etc. porque cada uno establece una relación y, al mismo tiempo, una diferencia, entre los objetos a los que se aplica. Decir que un objeto es mas alto que otro, por ejemplo, establece una relación entre ellos, pero también los distingue: distingue a uno como mas alto que el otro.⁶ En este sentido, casi toda relación establece también una diferencia. A esto me refiero cuando digo que la mayoría de las relaciones establecen un orden en aquello que relacionan.

Las relaciones lógicas involucradas en el análisis no son la excepción. Decir que el concepto *conocimiento* contiene al de *creencia* no es lo mismo que decir que el concepto *creencia* contiene al de *conocimiento*. El orden es importante. Si el objetivo del análisis es dar cuenta de este tipo de relaciones lógicas, debería darle una importancia central al orden. Sin embargo, en la concepción clásica, esto no es así; en ella, los componentes lógicos de un concepto están contenidos todos por igual; en otras, palabras no hay ningún orden en el contenido de un concepto. Recordemos que, en la concepción clásica del análisis, todos los conceptos contenidos dentro de un concepto están contenidos en él sólo y precisamente porque son sus consecuencias lógicas. Decir de un concepto que contiene a otro *no es más*

⁶. En contraste, decir de una persona que es hermana de otra las relaciona sin hacer una diferencia entre ellas.

que decir que es consecuencia de él.⁷ Todos los componentes de un concepto comparten esta propiedad lógica común,⁸ de tal modo que no hay manera de distinguir entre componentes al interior de un concepto. Todos los componentes de un concepto son sus consecuencias lógicas por igual y no hay ninguna diferencia lógica entre un componente u otro. Como no hay diferentes maneras en las que un concepto puede ser consecuencia lógica de otro, tampoco hay manera de distinguir o asignar diferentes roles lógicos a los componentes de un concepto.⁹

Para ilustrar cómo la descomposición clásica ignora por completo el orden de los componentes de un concepto, tomemos uno de los ejemplos más conocidos de análisis clásico: supongamos que analizamos substractivamente el concepto *humano* y lo descomponemos en los conceptos *animal* y *racional*.¹⁰ Tal y como lo explicamos en el capítulo anterior, esto significa que ser animal y ser racional son condiciones necesarias (cada una) y (conjuntamente) suficientes para ser humano. Dentro de la concepción clásica diríamos también que *humano* contiene a *animal* y *racional*, y que el orden en que los contiene es indistinto. Es lo mismo decir que el humano es un animal racional que decir que

⁷ O, él es consecuencia lógica de cada uno de ellos por separado, dependiendo de si adoptamos una perspectiva aditiva o substrativa. En el resto del capítulo adoptare la perspectiva substractiva, por ser la más conocida, aunque debe tenerse en cuenta que todo lo dicho en el capítulo desde una perspectiva es también cierto, de manera dual, de la otra.

⁸ A esto es a lo que he llamado al principio de este capítulo la tesis de “la contención como consecuencia lógica.”

⁹ De esta manera, lo que al principio de este capítulo he llamado ‘la concepción agregativa de la estructura’ es consecuencia lógica de lo que también he llamado la tesis de ‘la contención como consecuencia lógica’.

¹⁰ Aunque este ejemplo es un análisis substractivo en dos componentes, lo dicho se puede generalizar también al análisis aditivo y en cualquier número de componentes.

el humano es un ser racional que también es animal. Cualquier orden que se trate dar a los elementos de una descomposición clásica sería artificial (Eco 1988). El orden de las condiciones necesarias y suficientes no altera la composición de los conceptos, según la concepción clásica. Esto se debe a que la disyunción y la conjunción, las operaciones lógicas que subyacen a dicha concepción de la estructura de nuestros conceptos, son simétricas. La adición lógica de A y B es lógicamente equivalente a la adición de B y A . El orden de los disyuntos no altera la disyunción. De igual manera, la conjunción de A y B equivale a la conjunción de B y A . El orden de los factores tampoco altera el producto lógico. Por lo tanto, si pensamos, como lo hace la concepción substractiva clásica, que el contenido de un concepto está dado por la conjunción de los conceptos que contiene, se sigue entonces que no hay orden alguno entre los conceptos contenidos. Si analizamos a los conceptos en conjunciones, no importa si expresamos esta conjunción de la forma $A \wedge B \wedge C \wedge D \dots$, o $B \wedge C \wedge A \wedge D \wedge \dots$, o $D \wedge C \wedge B \wedge A \wedge \dots$. El orden de los conceptos es indistinto.

A menos que podamos dar cuenta de las relaciones con los mismos recursos del análisis clásico, será necesario introducir nuevos elementos y herramientas para el análisis lógico. En el resto del capítulo mostraré, primero, que dar cuenta de las relaciones en el marco del análisis clásico es imposible para luego mostrar cómo basta introducir una nueva relación lógica – la de pertenencia – para dar cuenta del orden inherente a las relaciones. En la siguiente sección revisaré la manera clásica en la que se ha tratado de explicar el comportamiento lógico de las relaciones con las herramientas del análisis clásico – el intento de reducir las relaciones genuinas a conceptos relacionales – para mostrar porque, en última instancia, falla. Luego, motivaré la necesidad de introducir un segundo tipo de

relación lógica – la pertenencia, y como ella sirve para dar cuenta del orden inherente a las relaciones. Al final, ya sea que reconozcamos al orden como un primitivo o introduzcamos esta segunda relación de pertenencia, la moraleja es la misma: pese a ser muy poderosa, las herramientas del análisis clásico son insuficiente para dar cuenta de la estructura de las relaciones.

2. ¿Podemos reducir las relaciones a otro tipo de conceptos?

En la sección anterior he explicado porque, por lo menos prima facie, las relaciones no-simétricas representan un problema importante para el análisis clásico. El problema es explicar porqué no es lo mismo, por ejemplo, que Juan sea el padre de Eduardo que Eduardo sea el padre de Juan usando sólo las herramientas del análisis desarrolladas en los dos capítulos anteriores. La manera obvia de explicar la diferencia entre ambos enunciados es apelar al orden y decir algo como que, en el primer caso Juan juega el papel de padre y Eduardo el de hijo, mientras que en el segundo caso Eduardo es el que juega el papel de padre y Juan el de hijo. El reto es explicar esto apelando solamente a la intensión o extensión de los conceptos involucrados y a sus relaciones de consecuencia lógica con otros conceptos.

La estrategia clásica para tratar de enfrentar este reto consiste en analizar proposiciones relacionales como “Eduardo es padre de Juan” en términos de lo que se llaman *conceptos relacionales* o *extrínsecos*.¹¹ Que una proposición relacional pueda analizarse apelando a conceptos relacionales no quiere decir más que toda proposición de la

¹¹. Sin embargo, muchos filósofos no usan los términos “relacional” y “extrínseco” como sinónimos (Humberstone 1996).

forma aRb puede concebirse también como una proposición de la forma Fa . La proposición de que Juan vive en Nueva York, por ejemplo, puede descomponerse de tres maneras: en la primera y mas obvia, la proposición establece una relación entre una persona, Juan, y el lugar el que vive, Nueva York. Pero también puede descomponerse en dos partes: Juan y la propiedad de vivir en Nueva York o Nueva York y la propiedad de ser el lugar donde Juan vive. En el primer caso, el orden en que se establece la relación es importante pues el papel que juega Juan en la proposición es distinto al que juega Nueva York. Sin embargo, en los dos últimos casos, no hay necesidad de apelar a ningún orden: tenemos un objeto y una propiedad, aunque esta propiedad, en algún sentido, esconda una relación (de ahí que se les llame propiedades “relacionales” o “extrínsecas”). De esta manera, podemos eliminar las relaciones del análisis de proposiciones y quedarnos sólo con propiedades.¹² En particular, podemos eliminar las relaciones lógicas y quedarnos con una concepción más simple del análisis con puros conceptos lógicos monádicos. Así podemos concebir una proposición analítica como “*Conocimiento* contiene a *creencia*”, ya no como estableciendo una relación lógica entre dos conceptos, sino como predicando una propiedad lógica relacional del concepto *conocimiento* (la de contener al concepto *creencia*) y otra propiedad lógica

¹² Como Moore (1919-1920) ha ya señalado, este hecho nada controvertido no debe confundirse con la muy controvertida tesis fundamental del *monadismo* según la cual toda relación es reducible a algún conjunto de conceptos no-relacionales de sus relata, “de tal manera que toda proposición de la forma aRb puede representarse de manera más perspicua en una proposición de la forma $Fa \& Gb$ ” (MacBride 2005b, p. 99. Traducción mía), donde F y A son conceptos no relacionales de a y b respectivamente. La diferencia fundamental entre estas dos tesis es que, mientras que la tesis monadista requiere que los conceptos a las que se reduzca la relación sean no-relacionales, es decir, sean conceptos monádicos que los referentes de los terminos relacionados satisfagan en independencia el uno del otro, el principio de paráfrasis al que hago referencia en el cuerpo del texto no lo requiere.

relacional distinta del concepto *creencia* (la de estar contenida en el concepto *conocimiento*). De esta manera, podemos pensar al contenido de todo juicio analítico como cualquiera de dos proposiciones simples cada una de las cuales predica de un concepto una propiedad relacional de la forma “está contenido en x ” para algún concepto x . Finalmente, como este tipo de conceptos, aunque relacionales, son monádicos, no establecen diferencias al interior de su extensión y, por lo tanto, obedecen el principio agregativo de la concepción clásica del análisis.

Nótese cómo este simple cambio de perspectiva, de relaciones a propiedades relacionales, permite dar cuenta de la diferencia entre “*Conocimiento* contiene a *creencia*” y “*Creencia* contiene a *conocimiento*” sin tener que abandonar ninguna de las tesis fundamentales de la concepción clásica. Desde su forma superficial, podemos ya ver que los dos enunciados son claramente diferentes; tienen distintos sujetos y diferentes predicados. El primero tiene como sujeto a “*conocimiento*” y el segundo a “*creencia*”. El primero tiene como predicado “contiene a *creencia*” y el segundo “contiene a *conocimiento*”. No es de sorprender, por lo tanto, que ambos enunciados prediquen diferentes propiedades lógicas de distintos conceptos. El primero predica del concepto *conocimiento* la propiedad de *contener a ‘creencia’*, y el segundo predica de *creencia* la propiedad *contener a ‘conocimiento’*. Dado que *conocimiento* es distinto de *creencia*, *contener a conocimiento* es distinto que *contener a creencia* y en consecuencia, que *conocimiento* contenga a *creencia* es diferente de que *creencia* contenga a *conocimiento*.

Esta explicación no menciona en absoluto la relación de contención que, por lo menos *prima facie*, parece ser común a ambos enunciados. En vez de una relación común,

lo que tenemos son dos propiedades distintas: la contención de *conocimiento en creencia* y la contención de *creencia en conocimiento*. Bajo esta perspectiva, las relaciones lógicas desaparecen y lo único que necesitamos en el análisis final son propiedades lógicas. Una vez que las relaciones lógicas han sido eliminadas, deja de ser necesario apelar a ningún tipo orden y el problema que la concepción clásica parecía tener desaparece.

El problema fundamental al que se enfrenta esta propuesta de eliminación de las relaciones es que, al desaparecer las relaciones, no podemos dar cuenta de la equivalencia entre “ x contiene a y ” y “ y está contenido en x ”. Intuitivamente, parece que aquí no hay dos proposiciones, sino una sola, analizada de dos diferentes maneras. Sin embargo, es imposible dar cuenta de esta equivalencia sin descomponer los conceptos “contiene a y ” y “está contenido en x ” en un término y una relación (la misma en ambos casos). Después de todo, la manera mas obvia de explicar la equivalencia entre “ x contiene a y ” y “ y está contenido en x ” sería decir que ambas establecen la misma relación de los mismos términos o que predicen relaciones inversas de los mismos dos términos pero en distinto orden. Sin poder apelar a relaciones ni al orden de sus relata, la tarea es imposible. La equivalencia se vuelve un hecho bruto e inexplicable. Esta es una limitación fuerte de esta estrategia de eliminación de relaciones y, por ello, termina por ser fallida.

En resumen, mientras el análisis considere una sola relación lógica entre conceptos: (la contención o consecuencia lógica), todos los componentes de un concepto estarán igualmente relacionados con el concepto del que son componentes, es decir, no habrá lugar para distinguir entre diferentes componentes lógicos. Sólo si hubieran otras maneras en que un concepto esté relacionado lógicamente con otro (irreducibles a la relación de

consecuencia lógica¹³), tendría sentido establecer algún orden o estructura entre los diferentes componentes de un concepto. Solo así podríamos distinguir, por lo menos, entre aquellos componentes de un concepto que están relacionados con él de la primera manera y aquellos que están relacionados con él de la segunda. Introducir una relación de este tipo es el objetivo de la segunda parte de este capítulo. En él motivaremos la introducción de una nueva relación o cópula lógica entre conceptos, la relación de pertenencia, y mostraremos cómo su introducción permite dar cuenta del orden de los relata, a través de la noción de *par ordenado*.

II. *¿Es necesaria otra relación lógica entre conceptos además de la consecuencia lógica?*

Para entender la necesidad de introducir una segunda relación lógica en el análisis, empecemos por recordar que la relación lógica de *estar contenido en* de la concepción clásica es transitiva. Si un concepto contiene otro, los componentes de este último pasan a formar parte del primero. Por ejemplo, si A contiene a B y B contiene a C , A contiene a C . Si A es condición necesaria de B y B es condición necesaria de C , entonces A es condición necesaria de C . Si A es consecuencia lógica de B y B es consecuencia lógica de C , entonces A es consecuencia lógica de C , etc. Si bien esta es una manera muy natural de entender la relación de *estar contenido en*, no es la única. Por ejemplo, también tiene sentido decir que

¹³. Como indicamos a finales del capítulo anterior, por supuesto que hay muchas maneras en que dos conceptos pueden estar relacionados entre sí. Por ejemplo, uno puede ser la disyunción o adición lógica de otros, o puede ser la negación de otro más; pero todas las relaciones lógicas que contempla la concepción clásica del análisis (las funciones lógicas proposicionales básicas y las que introducen los cuantificadores de primer orden, por ejemplo) son reducibles a la de consecuencia lógica.

un concepto A esta contenido en otro B sin que todo lo que contenga A esté también contenido en B . El símil clásico para reforzar esta intuición es pensar a los conceptos como cajas con cosas dentro. Si una caja está dentro de otra, hay un sentido en el cual lo que está dentro de la primera está también dentro de la segunda, pero hay otro sentido en el cual lo que esta dentro de la segunda es la primera caja, no su contenido. En teoría de conjuntos, estos dos sentidos corresponden a la relación de subconjunto (que es transitiva) y la de pertenencia (que no lo es), respectivamente. Introducir esta distinción revolucionó el análisis por completo, y le permitió al análisis penetrar más profundamente en la estructura de lo abstracto.¹⁴

Para entender mejor la importancia de distinguir estas dos maneras en que un concepto puede estar relacionado lógicamente con otro, considérese el siguiente simple argumento:

Ejemplo 1

1. Juan está soltero.

¹⁴. Si bien es cierto que el tratamiento más riguroso de la cópula de pertenencia se lo debemos a la teoría de conjuntos, no debemos olvidar que ésta es una teoría matemática. Como tal, su motivación principal no fue ofrecer una teoría de la cópula de pertenencia, sino ofrecer un tratamiento riguroso del infinito para el análisis de funciones matemáticas (Kanamori 1996, Ferreirós 2007b). En este sentido, se puede decir que, aunque la teoría de conjuntos es un instrumento muy valioso para la expansión del análisis lógico filosófico (especialmente, para el modelado formal de la cópula de pertenencia, Ferreirós 2001), su objetivo principal nunca fue éste. Por lo tanto, si lo que nos interesa es solamente entender la cópula de pertenencia, no es necesario ocuparnos con la totalidad de la teoría de conjuntos, sino tan sólo algunos de sus elementos más básicos. Por ello, la presentación de dicha teoría que hago en este capítulo es excesivamente somera desde el punto de vista matemático. A decir verdad, he preferido omitir todo formalismo matemático, para poner de relieve la dimensión filosófica subyacente. Espero, de esta manera, no presuponer ni siquiera el mínimo de familiaridad con la teoría de conjuntos ni con ninguna otra teoría matemática.

2. Estar soltero es no estar casado.
3. Por lo tanto Juan no está casado.

Según la teoría clásica hasta ahora expuesta, la primera premisa del argumento expresa una proposición sintética, donde la cópula “estar” enlaza un término concreto (“Juan”) con otro abstracto (“soltero”). La segunda premisa es el ejemplo típico de enunciado analítico, donde dos términos abstractos (“soltero” y “no casado”) se ligan a través de la cópula “es”. Finalmente, la conclusión es otra vez un enunciado sintético, donde la cópula “está” enlaza un término concreto (“Juan”) con otro abstracto (“no casado”).

La validez del argumento anterior se puede explicar en términos de la *distributividad* de la cópula “estar” sobre la cópula “ser”. Un argumento de transitividad (como el del ejemplo 1) no puede tener una consecuencia más fuerte que la más débil de sus premisas. Como la primera premisa es más débil, pues expresa un hecho contingente, mientras que la segunda expresa un hecho lógico necesario, la conclusión mantiene la fuerza de la primera premisa, es decir, es contingente y expresa un hecho contingente. En otras palabras, como “estar” es más débil que “ser”, la conclusión no puede ser analítica, sino que debe ser sintética.

Pese a lo intuitivo de esta regla, parece tener contra-ejemplos como el siguiente:

Ejemplo 2

- 1'. Peluchín es un perro
- 2'. Perro es una especie animal,
- 3'. Por lo tanto Peluchín es una especie animal.

Una vez más, tenemos un argumento cuya primera premisa es sintética, su segunda premisa analítica y un término medio común (“perro”) que debería garantizar la conclusión sintética 3’ que debería ser, por lo tanto, sintética. Sin embargo, este argumento, a diferencia del primero, no es válido.

¿Cómo explicamos la invalidez del ejemplo 2 y sobre todo, su diferencia con casos válidos como 1? Probablemente, el primer punto sería darnos cuenta de que la segunda premisa 2’, pese a contener dos términos abstractos (y por lo tanto, ser supuestamente un enunciado analítico cuya cópula es lógica), parece ser de un *tipo* distinto al de la segunda premisa 2 del ejemplo anterior. Esto queda aún más claro cuando uno se da cuenta de que la premisa 2’ se puede transformar en un enunciado universal como:

2. Todos los solteros no están casados

Pero no podemos hacer lo mismo con la segunda premisa del segundo argumento, ya que nos daría algo falso:

2’. Todo perro es una especie animal.*

Como vimos antes, pese a compartir cierta forma gramatical superficial con generalizaciones genuinas (es decir, sintéticas) como “Todo soltero es feliz” o “Ningún juez de la Suprema Corte está casado”, los enunciados analíticos no establecen ninguna conexión accidental entre las extensiones de sus términos, sino una relación lógica entre conceptos. Darnos cuenta de esto abre dos posibles maneras de explicar la diferencia en estatus lógico de argumentos como 1 y 2. La primera propuesta – que llamaré “Fregeana” pues su versión clásica se la debemos a Gottlob Frege (1996) – trata de rescatar la concepción clásica al precio que sea, es decir, trata de mantener la consecuencia lógica

como la única cópula lógica entre conceptos. La segunda – que llamaré “dualista” –, en contraste, no se compromete con que la única cópula lógica sea la consecuencia lógica, sino que acepta otras cópulas lógicas posibles. Vemos qué proponen cada una de ellas.

1. Las Propuestas Fregeanas: Objeto y Concepto

Las propuestas fregeanas tratan de rescatar el análisis clásico a través de la adopción de una distinción muy rígida entre objetos y conceptos de tal manera que sólo los segundos puedan predicarse de los primeros y sólo de los primeros puedan predicarse los segundos. En otras palabras, esto significa que si algo funciona como predicado en una proposición, no puede funcionar luego como sujeto.

Adoptar este principio ontológico tan fuerte nos permite resolver el problema del segundo argumento porque nos da razones ontológicas para rechazar su segunda premisa. Recordemos que el problema que teníamos con dicho argumento es que era uno que, por lo menos desde la perspectiva del análisis clásico, parece tener forma válida, premisas verdaderas y conclusión falsa. Si uno adopta la estrategia fregeana, uno puede argüir que el argumento en cuestión en realidad **no** tiene premisas verdaderas, sino que por lo menos una de ellas – la segunda: “perro es una especie animal” – no es verdadera.

Desde la perspectiva fregeana, enunciados como “perro es una especie animal” son absurdos porque tratan a un concepto – el concepto *perro* – como un objeto del que se pueden predicar otros conceptos – como el de *ser una especie animal*. Pero si adaptamos el principio ontológico de que sólo podemos predicar conceptos de objetos, no podemos predicar un concepto de otro concepto, y en particular, no podemos predicar *ser una*

especie animal del concepto *perro*. La misma gramática de nuestro lenguaje nos sirve de guía de este error categorial. Después de todo, “perro” es un adjetivo y, como tal, no debería poder figurar de sujeto en ningún enunciado del español, a menos que este pueda re-formularse como un enunciado de la forma todos los x son y .

Dado que los nominalistas comparten con Frege la tesis de que los conceptos **no** son objetos, la estrategia Fregeana ha sido también adoptada por filósofos como Ramsey o Quine, para quienes el problema con enunciados como 2' también es que tratan a los conceptos como si fueran objetos. Pese a que tanto Frege como los nominalistas buscan separar ontológicamente a los conceptos de los objetos, su motivación es marcadamente distinta. Para Frege, el motivo es doble: por un lado, eliminar cualquier posibilidad de circularidad, so pena de caer en paradojas, y por el otro, dar sentido a la unidad de la proposición (Palmer 1988, Davidson 2005). En los nominalistas, en contraste, es tratar de reducir la ontología. Pero ambos llegan a la misma conclusión: es necesario mantener fuertemente separados objetos de conceptos.

El problema fundamental de la propuesta fregeana es que enunciados como 2' no nos parecen absurdos; por el contrario, nos parecen verdaderos, informativos y, en muchos casos, muy valiosos. A decir verdad, la ciencia moderna está llena de enunciados similares a 2' donde predicamos un concepto de otro. Mantener una distinción fuerte entre objetos y conceptos nos deja con un lenguaje muy limitado para decir cosas que, por lo menos en principio, parece necesitamos decir,¹⁵ y aunque tanto fregeanos como nominalistas han hecho avances sorprendentes en el desarrollo de lenguajes artificiales donde se respeta la

¹⁵. Como veremos adelante, esto implica rechazar como sinsentido, entre otras cosas, a la teoría de conjuntos clásica.

distinción entre objetos y conceptos, los resultados han dejado mucho que desear en términos prácticos.

2. Una propuesta dualista: la cópula de pertenencia

Afortunadamente, existe otra alternativa: rechazar el análisis clásico y con él, el principio de que sólo hay una relación lógica entre conceptos. Esto nos permite aceptar que podemos predicar conceptos de otros conceptos, es decir, que cuando usamos un adjetivo o predicado como *perro*, a veces lo usamos para hablar de los objetos a los que se aplica – es decir, para hablar de perros – y otra veces para hablar del concepto mismo. En el enunciado (1'), por ejemplo, el adjetivo “perro” se usa para predicar algo de Peluchín – que es un perro –, mientras que en (2') se usa para hablar del concepto mismo de *perro*; en otras palabras, en (2'), a diferencia de (1') no estamos predicando el concepto *perro* de nada, es decir, no estamos diciendo nada de los perros, sino del concepto *perro* mismo.

Hacer esta distinción nos permite también dar cuenta de la invalidez del argumento 2: El argumento es inválido porque comité una falacia de equivocación en el término “perro”. La palabra “perro” funciona de manera muy diferente en la primera y segunda premisas. Como había mencionado, en la primera premisa se usa para hablar de un perro – Peluchín –, mientras que en la segunda se usa para hablar del concepto mismo.

La lógica medieval conocía ya esta distinción y por eso hablaba de dos tipos de suposiciones: suposición personal y suposición simple. Así, una expresión ocurre en suposición personal cuando se usa para hablar de los objetos a los que se aplica, y en suposición simple cuando se usa para hablar del concepto mismo al que refiere. De esta

manera, podemos decir que en (1'), "perro" ocurre en suposición personal, mientras que en (2') ocurre en suposición simple. De ahora en adelante, adoptare esta útil terminología.

Nótese que en el español escrito, marcamos esta diferencia usando técnicas como el entrecomillado y las itálicas. Así, en vez del mal-formado "perro es una especie animal", usamos "*perro* es una especie animal". De esta manera, marcamos que en (1') "perro" funciona como adjetivo, y en (2') como sustantivo. Esto nos permite hacer explícita la equivocación en el segundo argumento. Una vez que distinguimos los diferentes usos de la palabra "perro" podemos comparar más claramente la estructura lógica de las dos primeras premisas del primer ejemplo:¹⁶

1'. Peluchín [concreto] es un perro [concepto de primer orden en suposición personal].

2". *Perro* [concepto de primer orden en suposición simple] es una especie animal [concepto de segundo orden en suposición personal]

Ahora bien, si adoptamos esta estrategia dualista y reconocemos que en 2" están involucrados dos conceptos, veremos que la relación que se establece entre ellos no es la relación de consecuencia lógica, sino la de uno predicarse sobre el otro. En otras palabras, vemos que, al igual que en (1'), en (2"), predicamos un concepto (en 1', predicamos *perro* de Peluchín, en 2" predicamos *ser una especie animal* de *perro*), pero con la diferencia

¹⁶. De esta manera, además de los términos abstractos normales, que tienen su posición simple y personal, podemos postular que hay también términos abstractos puros que solo tienen suposición simple, ya que sólo se aplican a objetos abstractos. Ejemplos de este segundo tipo de términos abstractos serían "especie animal", "categoría biológica". "objeto abstracto", etc.

importante de que en (1') lo predicamos de un objeto y en (2'') de otro concepto.¹⁷ En otras palabras, en ambas decimos que algo es algo – es decir, en ambas está involucrada la cópula de la predicación –, pero sólo en (2'') establecemos así también una relación lógica entre conceptos. En otras palabras, la palabra “es” en ambos enunciados expresa una cópula de predicación, pero mientras que en (1') ésta corresponde a una relación contingente entre un objeto y un concepto, en (2'') corresponde a una relación lógica entre conceptos. Esto significa que estamos frente a una nueva relación lógica, sustancialmente diferente de la de consecuencia lógica y, por lo tanto, que hemos dejado atrás uno de los principios fundamentales del análisis clásico (el principio de que la consecuencia lógica es la única relación lógica entre conceptos).

Para evitar confusiones con los muchos sentidos del verbo “ser” en juego, adoptaré la convención de usar la expresión “pertenece a” o “es miembro de” (en vez de “está contenido en”) para esta cópula.¹⁸ Así, la equivocación en el argumento original aparece

¹⁷. La distinción entre dos tipos de predicación que recién he introducido corresponde a la distinción que Penelope Maddy (1997, 42) ha hecho entre las concepciones “matemática” y “lógica” de colección. La concepción matemática de colección corresponde a la noción matemática de conjunto dentro de la concepción iterativa sin urelementos (predominante). En esta concepción sólo los conjuntos pertenecen a conjuntos. La relación de pertenencia, por lo tanto, siempre es lógica (nunca accidental), y sólo se da entre conjuntos. La concepción lógica, a su vez, corresponde a la relación entre particulares y generales de la concepción clásica aditiva, la cual admite abstractos con miembros concretos. La concepción lógica, por lo tanto, no distingue entre la pertenencia accidental y la pertenencia lógica. Esta concepción de la pertenencia es común en filosofía, donde no se suele distinguir entre predicación lógica y predicación contingente, y cuándo se hace, la cópula contingente suele expresarse con frases como “es una instancia de”, “tiene la propiedad”, “cae bajo la extensión de”, etc. (Uzquiano 2004)

¹⁸. Para una historia detallada del desarrollo matemático de la relación de pertenencia y la teoría de conjuntos que de ella emana, cf. Kanamori (1996).

claramente: “perro” tiene suposición personal en la primera premisa y suposición simple en la segunda,¹⁹ mientras que “es” corresponde a la cópula de predicación contingente en la primera premisa y a la cópula de predicación lógica en la segunda. La conclusión, por lo tanto, es absurda, pues a la palabra “es” que ocurre en ella no le puede corresponder ningún tipo de cópula; pues ninguna cópula establece una predicación entre un objeto – Peluchín – y un concepto de segundo orden, es decir, un concepto que no se aplica a objetos, sino a otros conceptos – como el de *ser una especie animal*. En otras palabras, el argumento 2 es inválido porque la relación de pertenencia, a diferencia de la relación de consecuencia lógica no es transitiva y la relación de predicación contingente no se distribuye sobre ella. En general, de que *A* sea *B*, y *B* sea *C* no se sigue siempre que *A* sea *C*.

La adopción de esta nueva relación lógica tiene consecuencias importantes para el análisis. Por su falta de transitividad, la relación de pertenencia induce una jerarquía de niveles de abstracción. En cada nivel, las representaciones abstractas pueden predicarse (mediante la cópula de pertenencia) sólo de representaciones abstractas del nivel inmediatamente anterior.²⁰ Esta nueva jerarquía de lo abstracto es radicalmente distinta de la jerarquía de generalidad de la concepción clásica. En primer lugar, no permite juicios analíticos más que entre representaciones de niveles inmediatamente contiguos: por ejemplo, “*Perro* es una especie animal” es aceptable (como enunciado analítico), pero “*Peluchín* es una especie animal” no lo es. En segundo lugar, la jerarquía de pertenencia no

¹⁹. Pero nótese que desde un punto de vista lógico, las diferentes ocurrencias de “perro” no corresponden a diferentes palabras, sino a la misma palabra con diferente suposición.

²⁰. Desde el principio, Russell se dio cuenta de lo importante de mantener bien ordenados los niveles de los conceptos para evitar circularidades paradójicas. Para los objetivos de este libro, ese tipo de complejidades, pese a ser necesarias e importantes, no tienen mucha relevancia.

respetar la jerarquía extensional clásica. “Especie animal” es de un nivel superior a “perro”, y sin embargo, no es extensionalmente más general que aquella. Ni los perros son especies animales, ni las especies animales son perros. Tampoco es intencionalmente más simple que ella, ya que no todo componente lógico del concepto *especie animal* es también un componente de *perro* ni viceversa, es decir, *perro* y *especie animal* no comparten condiciones necesarias ni suficientes.

Sin embargo, como ambas cópulas coexisten en nuestro lenguaje natural, ambas jerarquías se pueden conjuntar,²¹ de tal manera que a cada nivel de abstracción por pertenencia se da una jerarquía clásica.²² De esta manera, sólo las representaciones del mismo nivel de pertenencia pueden ordenarse por su nivel de generalidad. Esto significa que sólo conceptos de mismo grado pueden ser menos o más generales, sólo conceptos de mismo grado pueden contenerse unos a otros en el sentido clásico, es decir, sólo conceptos de mismo grado pueden seguirse lógicamente unos de los otros. Lo que significa que el análisis clásico sólo puede develarnos relaciones lógicas entre conceptos del mismo nivel. El análisis clásico del concepto *perro*, por ejemplo, nos puede decir que contiene al de *mamífero* o al de *animal*, entre otros, pero no nos puede decir que *perro* es una especie

²¹. Para que la conjunción de ambas cópulas sea consistente, es necesario que las relaciones de pertenencia y de consecuencia lógica estén coordinadas, en particular, es necesario que la primera se distribuya sobre la segunda, es decir, es necesario que si *A* pertenece a *B* y de *B* se sigue *C*, entonces *A* debe también pertenecer a *C*. En otras palabras, es necesario que si *A* pertenece a *B*, *A* sea parte de la extensión de *B* tal y como la caracterizamos a ésta en el primer capítulo.

²². La teoría clásica de conjuntos combina ambas cópulas y sus jerarquías, distinguiendo entre la relación de subconjunto (la cual es transitiva, reflexiva y asimétrica; y por lo tanto, corresponde a la cópula de la teoría clásica) y pertenencia (la cual no es transitiva, ni reflexiva y mucho menos simétrica, por lo que modela bien la nueva cópula).

animal. Esto marca una limitación importante del análisis clásico, pues no puede dar cuenta de este tipo de relaciones conceptuales. Por un lado, no puede explicar en qué sentido un enunciado como (2') – “*perro* es una especie animal” – es analítico, pero tampoco puede dar cuenta de sus diferencias con enunciados sintéticos paradigmáticos como (1') – “Peluchín es un perro”. Espero esta sección haya dejado claro como introducir la cópula de pertenencia nos permite ambas cosas.²³

III. Pares Ordenados

Una vez que tenemos una segunda relación lógica además de la de *estar contenido en*, podemos rescatar la intuición del principio de este capítulo de que las relaciones no son radicalmente distintas del resto de los conceptos, desde el punto de vista lógico. En

²³. Existe una tercera manera de tratar de incorporar la distinción entre suposiciones personal y simple, pero sin la necesidad de introducir una nueva cópula de pertenencia: supongamos que cada vez que un predicado aparece con suposición simple, éste no hace referencia al concepto al cual comúnmente hace referencia sino a un concepto diferente, de nivel superior que se aplica solamente a dicho concepto – de manera similar a lo que en teoría de conjuntos se llama su *singleton*. De esta manera, por ejemplo, “perro” en (1') refiere al concepto que tiene en su extensión a los perros, mientras que en (2') refiere al concepto que tiene en su extensión solo al concepto *perro*. De esta manera, el análisis clásico puede dar cuenta de la analiticidad de (2'): efectivamente este concepto que tiene en su extensión sólo al concepto *perro* está contenido (substractivamente) en el concepto *especie animal* pues es suficiente que un concepto sea el concepto *perro* para ser una especie animal.

Como bien ha señalado David Lewis (????), esto no significa que hayamos rescatado al análisis clásico de la introducción de una nueva cópula, pues esta estrategia no sirve para explicar la relación lógica entre los conceptos referidos por predicados en suposición personal y sus correspondientes conceptos expresados por el mismo predicado en suposición simple. En otras palabras, el concepto *perro* y el concepto cuya extensión solo contiene a *perro* están relacionados lógicamente, y esta relación no es de consecuencia lógica (sino de pertenencia) ni puede modelarse usando la estrategia del párrafo anterior. Esto significa para Lewis que la introducción de la relación de pertenencia es inevitable.

particular, podemos mostrar que aunque no podemos analizar las proposiciones relacionales sin tomar en cuenta algún tipo de orden, sí podemos hacer un análisis completo de cualquier tipo de concepto – relacionan o no – usando solamente las dos cópulas lógicas identificadas en lo que va del capítulo. Este rescate se logra mediante la construcción de lo que comúnmente se llaman “pares ordenados”. La construcción que mostraré a continuación será ya conocida para cualquiera con el mínimo de familiaridad con la teoría de conjuntos y les sugiero a estos lectores ignorar el resto del capítulo. Para aquellos que no sepan nada de esta teoría, he tratado de hacer una presentación con el mínimo de formalismo y tecnicismos, pero fiel al tratamiento matemático tradicional. De esta manera espero dejar claro cómo la introducción de la cópula de pertenencia permite al análisis dar cuenta del orden al interior de las relaciones.

Antes de entrar de lleno a la introducción de pares ordenados, debemos recordar y tener claro cuál es el problema a resolver; solo así podremos ver cómo la introducción de los pares ordenados lo resuelve. Empecemos recordando que la concepción clásica no ve gran diferencia entre predicar una propiedad de un objeto y predicar una relación entre dos o más objetos. Para la concepción clásica, el comportamiento lógico de un concepto monádico y uno relacional se puede explicar de la misma manera: apelando a sus componentes (lógicos intensionales)²⁴ o a su extensión (no de hecho, sino lógicamente posible).²⁵ Para ella, la única diferencia entre conceptos monádicos y relacionales es que,

²⁴. Sus condiciones necesarias y suficientes de aplicación correcta.

²⁵. Los objetos a los que es lógicamente posible aplicarlo de manera correcta.

mientras que los primeros se aplican a objetos solos, los segundos se aplican a más de un objeto a la vez.

Sin embargo, no es necesario un análisis profundo para darse cuenta de que la diferencia es más profunda de lo que afirma la concepción clásica. En particular, no es difícil darse cuenta que las relaciones no se aplican simplemente a más de un objeto a la vez, sino que se aplican a varios objetos a la vez **y en un cierto orden**. Tomemos como ejemplo a los siguientes enunciados:

1. Juan es calvo
2. Juan ama a María
3. María ama a Juan

Para la concepción clásica, los tres enunciados tienen la misma forma básica: un sujeto (formado por uno o más objetos) y un concepto que se aplica a él. En (1), decimos del objeto Juan que tiene la propiedad de ser calvo. En (2), decimos de los objetos Juan y María que están relacionados por el amor de uno hacia el otro. Finalmente, en (3), también decimos de los objetos María y Juan que están relacionados por el amor de uno hacia el otro. Ahora bien, bajo este análisis, y dado que Juan y María no son otros sino María y Juan, la concepción clásica termina concluyendo que (2) y (3) significan lo mismo. Ambos predicen la misma relación de los mismos dos objetos, pues comparten el mismo sujeto y el mismo concepto. Sin embargo, es claro que no es así; (2) y (3) significan cosas muy distintas.

Para poder explicar esta diferencia en significado, el análisis moderno introdujo la noción de *par ordenado*. La idea detrás de esta noción es muy simple. Como su nombre lo

indica, y diferencia de los pares normales, los elementos de un par ordenado están, vélgase la redundancia, ordenados y este orden es esencial para su identidad. Así, mientras que el par formado por Juan y María **es el mismo** que el par formado por María y Juan, el par ordenado que tiene como primer miembro a Juan y como segundo a María **no es el mismo** que el par ordenado que tiene como primer miembro a María y como segundo a Juan, pues aunque los miembros son los mismos, el orden es distinto.

Una vez que contamos con la noción de par ordenado, podemos usarla para distinguir entre los sujetos de (2) y (3). Tradicionalmente usamos la notación “<Juan, María>” para señalar no al par de Juan y María, sino al par *ordenado* que tiene como primer miembro a Juan y como segundo a María. Podemos explicar así que Juan ame a María sea diferente a que María ame a Juan, apelando simplemente a los sujetos de cada enunciado: mientras que el primer enunciado tiene como sujeto al par ordenado <Juan, María>, el segundo tiene al par <María, Juan>.

Así, en vez de diferentes tipos de conceptos (monádicos y relaciones), tenemos diferentes tipos de sujetos (objetos y conjuntos ordenados de objetos). Por supuesto que estos objetos y conjuntos no son “sujeto” y “concepto” en el sentido usual. El par ordenado <Juan, María> no es el sujeto gramatical de “Juan ama a María”; por lo tanto, es mejor utilizar en este caso la terminología matemática de *argumentos* y *funciones*. Podemos analizar así el contenido del enunciado (1) como compuesto de la función correspondiente al concepto “ x es calvo” y el argumento referido con el nombre “Juan”; y a (2) como compuesto de la función correspondiente a “ x_1 ama a x_2 ” y el argumento <Juan, María>. De esta manera, hacemos justicia a la asimetría entre conceptos monádicos y relaciones que

defendían Moore y Russell: las relaciones son funciones que en vez de requerir un objeto simple como argumento, requieren conjuntos ordenados.

Se podría replicar por supuesto, que esta solución aparente no hace sino trasladar el problema del ámbito de las proposiciones al de los pares ordenados. Si recordamos, el problema era dar cuenta de la diferencia lógica entre las proposiciones de que Juan ame a María y que María ame a Juan. Si tratamos de explicar la diferencia entre estos dos enunciados apelando a la diferencia entre los pares $\langle \text{Juan}, \text{María} \rangle$ y $\langle \text{María}, \text{Juan} \rangle$, tal parece que no hemos hecho otra cosa sino repetir el mismo problema en otros términos. Efectivamente, falta explicar cómo el análisis puede dar cuenta de la diferencia entre los pares $\langle \text{Juan}, \text{María} \rangle$ y $\langle \text{María}, \text{Juan} \rangle$, pese a que ambos parecen estar compuestos de las mismas dos personas. Afortunadamente, una vez que contamos con la segunda cópula, podemos ofrecer una respuesta a este problema sin tener que aceptar al orden como un primitivo lógico in-analizable.²⁶ Sorprendentemente, una vez que contamos con la relación de pertenencia, podemos modelar los pares ordenados y por lo tanto, modelar los enunciados relacionales bajo el esquema función-argumento. La manera más famosa de hacerlo fue descubierta por Kuratowski (aunque otra manera había sido ya descubierta por Norbert Wiener y alabada por Russell).²⁷ La idea básica detrás del modelo de Kuratowski es muy sencilla: un par ordenado se distingue de una mera colección de dos elementos en la que el primero está ordenado y el segundo no. Esto significa que para que un par sea

²⁶. Otra opción sería que los pares ordenados fueran átomos in-analizables, pero esto no sólo postularía un sinnúmero de nuevos entes, sino que también haría difícil explicar en qué sentido las relaciones involucran a sus relatas (además de esos extraños entes que son los pares ordenados).

²⁷. Para un detallada historia del par ordenado, cf. Kanamori (2003).

ordenado basta que podamos distinguir su primer elemento del segundo. En otras palabras, basta poder reconocer que el par ordenado está relacionado de manera diferente con cada miembro.²⁸ Contando con la cópula de pertenencia, existen múltiples maneras de hacerlo. Una de las más sencillas y la más conocida, explota la falta de transitividad de la relación de pertenencia y el orden de nivel que induce, permitiendo que cada uno de los elementos del par acceda a un diferente nivel de pertenencia.

Regresemos a nuestro ejemplo: el par ordenado $\langle \text{Juan}, \text{María} \rangle$. No podemos descomponer el par simplemente en Juan y María, porque entonces no tendríamos manera de distinguirlo del par $\langle \text{María}, \text{Juan} \rangle$. Debemos poder distinguir entre la manera en que Juan y María aparecen en un par y otro. La elegante solución de Kuratowski fue proponer la convención de que al par $\langle \text{Juan}, \text{María} \rangle$ no pertenezcan directamente ni Juan ni María, sino otros dos elementos que llamaré P (de “primero”) y S (de “segundo”). A través de estos dos elementos el par ordenado se relaciona con los objetos que ordena. Para distinguir P de S , ponemos al primer elemento del par, Juan, dentro de P (de tal manera que Juan sea lo único que pertenezca a P) y dentro de S ponemos a ambos elementos (Juan y María). Así, Juan pertenece tanto a P como a S , mientras que María pertenece solo a S . De esta manera, podemos distinguir el primer elemento del par ordenado como aquel que pertenece a todos los miembros del par –Juan–, y al segundo como aquel que solamente pertenece a uno –María. En términos de teoría de conjuntos, el par ordenado $\langle \text{Juan}, \text{María} \rangle$ quedaría modelado por el conjunto $\{\{\text{Juan}\}, \{\text{Juan}, \text{María}\}\}$; es decir, por el conjunto cuyos únicos

²⁸. Es decir, y como ya mencionaba al principio de este capítulo, en vez de pensar en el orden como estableciendo una jerarquía, es mejor pensarlo como estableciendo una diferencia

miembros son $\{\text{Juan}\}$ y $\{\text{Juan, María}\}$.²⁹ Así, podemos usar la nueva cópula recién introducida para modelar los dos tipos de relación que tienen cada uno de los miembros de un par ordenado.³⁰ De esta manera, el problema del orden y el problema de la transitividad de la cópula de la concepción clásica se resuelven a la vez.

Desafortunadamente, esta técnica nos permite modelar el orden en teoría de conjuntos, pero no nos permite reducir, en el sentido metafísico, el orden a la relación de pertenencia. En otras palabras, esta construcción conjuntística se comporta justo como un par ordenado; sin embargo, no podemos decir que ella **sea** el par ordenado de Juan y María, en ese orden. El problema es que hay muchas maneras de modelar la noción de par ordenado en teoría de conjuntos, por lo que faltaría alguna razón más para sostener que alguna de ellas simplemente es la noción de par ordenado real. (Forrest 1986, 91 y Armstrong 1986, 87)

CONCLUSIONES

Pese a lo poderoso de contar con una teoría simple sobre el análisis como la clásica según la cual podemos analizar cualquier concepto con simplemente determinar sus condiciones

²⁹. El conjunto $\{\text{Juan}\}$ no debe confundirse por supuesto, con Juan mismo. Este conjunto de Juan, conocido como el “conjunto unitario” [“singletón” en inglés], tiene a Juan como único miembro. La idea de un conjunto con un solo miembro, o de un abstracto cuya extensión sea solamente un objeto, parece bastante contra-intuitiva, y a decir verdad fue rechazada durante mucho tiempo. Sin embargo, su facilidad para permitir explicaciones más unificadas como las de este capítulo la ha hecho casi indispensable (Kanamori 2003).

³⁰. Una vez modelados los pares ordenados, es relativamente fácil extender el modelo a otro tipo de ordenes; basta usar los pares ordenados para modelar la relación de “ser mayor que” o “ser menor que” en el orden correspondiente.

necesarias y suficientes, hay conceptos que no se prestan fácilmente a este tipo de análisis, como las relaciones antisimétricas. Estas relaciones – como *amar*, *creer*, *ser hijo de*, etc. – se caracterizan por que no se aplican de la misma manera a aquellos objetos a los que se aplican (es decir, no tienen una extensión de objetos como la de los conceptos no relacionales). La relación *creer que*, por ejemplo, relaciona agentes con proposiciones, donde cada uno de ellos juega un papel diferente: el agente es el que cree y la proposición es el contenido de lo que el agente cree. Para dar cuenta de este tipos de conceptos, es necesario explicar la diferencia y la relación entre cada uno de estos roles. Para explicar la relación de *amar a*, por ejemplo, es necesario explicar la diferencia y relación entre ser el que ama y ser el amado; para poder explicar la relación de *ser padre de* es necesario explicar la diferencia y relación entre padre e hijo, etc. Esto se puede explicar de dos maneras, ya sea aceptando que dicho tipo de diferencias son fundamentales y, por lo tanto, irreducibles a ningún otro fenómeno lógico, o tratando de reducirlas a otros fenómenos mas fundamentales. En este capítulo vimos dos maneras que se han propuesto para realizar este tipo de reducción. La primera se realiza desde el interior del marco clásico del análisis desarrollado en los primeros dos capítulos y apelar a conceptos relacionales. La segunda, en contraste, parte de que dicho marco es insuficiente y que es necesario introducir nuevas técnicas y herramientas de análisis lógico. En particular, es necesario introducir un nuevo tipo de relación lógica entre conceptos además del de *estar contenido en*: la relación de *pertenecer a*. Así, esta segunda estrategia rechaza la distinción fuerte entre objetos y conceptos, permitiendo que un concepto pertenezca a la extensión de otro. También mostramos que la primera opción termina teniendo que postular ciertos hechos lógicos

brutos – sobre cuando diferentes análisis de la misma proposición son equivalentes, lo cual le da cierta ventaja relativa a la segunda opción la cual se ha vuelto la estándar.

La historia que contamos en este capítulo es hartamente conocida, aunque la manera en la que la he articulado no lo sea. La aparición de la teoría de conjuntos comúnmente se estudia como un capítulo de la historia de los fundamentos de la matemática, y no como un capítulo en la historia del análisis conceptual. Sin embargo, creo que vale la pena realzar esta dimensión de la teoría pues destaca cómo los filósofos de los últimos siglos y medio han reconocido que el análisis conceptual clásico es insuficiente. En el siguiente capítulo, la historia de cómo hemos ido detectando limitaciones a este tipo de análisis y cómo hemos tratado de superarlos seguirá por caminos menos transitados. En particular, introduciré lo que tal vez sea la hipótesis central del libro: la idea de que los constituyentes lógicos no se comportan mucho como **partes** y que pensarlos así ha limitado mucho nuestra capacidad de análisis.