Capítulo 1
La concepción clásica de la abstracción

1. *El reto epistemológico del empirismo: conocimiento general y experiencia particular*

No es exagerado decir que uno de los problemas fundamentales de la epistemología occidental ha sido conciliar la aparente tensión entre un conocimiento científico objetivo y general y una experiencia subjetiva y particular. El racionalismo --desde la teoría de la reminiscencia de Platón hasta las teorías contemporáneas sobre lo innato-- ha tratado de resolver esta tensión apelando a ideas, capacidades y conocimientos generales previos o independientes de la experiencia. Y el empirismo ha tenido que buscar otro tipo de salida que no recurra a estos recursos racionalistas. El reto epistemológico del empirismo puede resumirse, por lo tanto, en explicar y fundamentar el conocimiento objetivo y general con una experiencia aparentemente particular y subjetiva (Fernández de Castro 2004).

La solución tradicional ha sido apelar a las llamadas *representaciones abstractas*, entidades que se perciben o se captan de manera subjetiva y particular pero cuyo contenido es general y objetivo. Aunque no podemos percibir nada general, podemos tener representaciones mentales y lingüísticas[1] de extensión más general que el contenido de nuestra experiencia.

[1]. Me refiero en general a cualquier sistema de representaciones extra-mentales: diagramas, señales, mapas, etc. (Barwise y Allwein 1993, Lynch & Woolgar 1990).

Para que esta estrategia tradicional funcione, es necesario resolver tres cuestiones fundamentales: primero, explicar el contenido y comportamiento lógico de nuestras representaciones abstractas;[2] segundo, explicar su papel en nuestro conocimiento de lo concreto; y finalmente, explicar la naturaleza misma del conocimiento abstracto, no solamente como medio de conocimiento de lo concreto, sino como campo disciplinario autónomo. ¿Cómo es posible que el uso de representaciones abstractas nos ayude a conocer y, en general, a vivir en el mundo concreto al que pertenecemos? Esta pregunta es esencial para fundamentar a las llamadas ciencias abstractas --la lógica y las matemáticas-- cuyas verdades y objetos de estudio no sólo son abstractos, sino que su validez y existencia son independientes de todo hecho u objeto concreto. Este es el viejo problema de la fundamentación del conocimiento *a priori* de verdades lógicas, analíticas y matemáticas.

[2]. A lo largo del artículo, cuando hablo de ‘lo abstracto’ y ‘lo concreto’ me refiero, en primer lugar, a representaciones abstractas (conceptos) y concretas, y sólo de manera derivada a los putativos hechos y objetos abstractos y concretos a los que éstos hacen referencia dentro de un marco realista. A fin de cuentas creo que poco se puede decir de la distinción ontológica concreto/abstracto que no sea por extensión de lo que se puede saber de las representaciones abstractas y concretas, y que la discusión filosófica perdió mucho de su curso cuando dio el giro ontológico a finales del siglo XIX y cambió la discusión de las representaciones abstractas por la de los objetos abstractos. Es por ello que mucha de la discusión actual sobre los fundamentos de las ciencias formales se gasta en el debate entre platonistas y nominalistas; es decir, en la pregunta de si los presuntos hechos y objetos abstractos de los que tratan las ciencias formales existen realmente. Tal parece que si pudieran expulsarse los objetos abstractos de la realidad, nos habríamos deshecho del problema de la abstracción. Sin embargo, independientemente de que pueda o no ponerse en cuestión la existencia de los objetos abstractos, es un hecho cotidiano, tanto dentro como fuera de la ciencia, que muchas de nuestras representaciones son abstractas en algún sentido sustancial que, en parte, este libro trata de elucidar. Es decir, que aun si los objetos abstractos no existieran, las representaciones abstractas indudablemente sí existen y se usan de manera regular y eficaz en muchos sectores de nuestra vida. Este es el verdadero problema de la abstracción: un problema epistemológico, lógico y semántico, antes que ontológico.

No es de sorprender, por lo tanto, que los filósofos de las ciencias naturales se hayan concentrado en responder a la segunda cuestión (¿Qué papel juega la abstracción en la construcción de nuestro conocimiento de lo concreto?), mientras que los filósofos de la lógica y las matemáticas lo hayan hecho en la tercera (¿Cómo es posible tener conocimiento objetivo de lo abstracto?), al tiempo que la filosofía del lenguaje, la filosofía de la mente, las ciencias cognitivas y la lógica han tratado de arrojar luz sobre la primera. Es precisamente en este primera pregunta en la que concentraré mi atención a lo largo de este libro, apenas tocando algunos aspectos de las otras dos.

La clasificación de concepciones de la abstracción que ofrezco a continuación no pretende ser exhaustiva, ni abarcar todas las concepciones de lo abstracto que se han ofrecido en la historia de la filosofía occidental. Asimismo, el análisis que sigue tampoco debe tomarse como un intento de determinar cuál es la concepción *correcta* de la abstracción. Lo más probable es que cada una capture algunos casos e intuiciones generales de lo que llamamos abstracción, sin que ninguna logre capturarlas a todas. En consecuencia, creo que cada concepción caracteriza un tipo distinto de abstracción, aunque con suficientes elementos en común para justificar identificarlas como diferentes subtipos de un mismo fenómeno. Mas bien, mi interés principal es hacer un mapa de las diferentes concepciones de la abstracción para, luego, concentrarme en la noción de *estructura* que les subyace.

2. *Las estrategias clásicas: Locke y Hume*

Las distintas estrategias que el empirismo ha adoptado para explicar el papel de la representación en la construcción del conocimiento científico pueden encontrarse en los orígenes mismos del empirismo moderno. En el debate epistemológico entre Locke y

Hume, podemos ver ilustradas dos tendencias generales que ha tomado el empirismo para resolver la tensión entre conocimiento general y experiencia particular. No me interesa aquí reconstruir el debate entre estos dos pensadores con absoluta fidelidad o precisión histórica, sino identificar dos tendencias epistemológicas generales al interior del empirismo.

Locke retoma del racionalismo platónico la necesidad de postular ideas generales sobre nuestro conocimiento científico. Para él, el conocimiento propio de la ciencia tiene como objeto y materia las ideas generales, que a diferencia de las planteadas por la teoría de la reminiscencia de Platón, no son innatas sino que surgen de la experiencia. Es necesario, por lo tanto, postular un mecanismo psicológico de *abstracción* para producir ideas generales –también conocidas como abstractas– a partir del contenido particular de nuestra experiencia. Una vez obtenidas estas ideas, el conocimiento general surge del estudio de las propiedades y relaciones generales entre estas ideas. (1980, Libro III, cap. 3, §6)

Hume (1978, Libro I, secc. 7), en cambio, rechaza la existencia de ideas generales y propone explicar el conocimiento general a partir de los mecanismos cognitivos que permiten *tratar* lo particular *de manera general*. Por eso para él no existen representaciones que sean generales en sí mismas. Todas las representaciones son particulares y lo abstracto se da sólo por el uso de ciertas representaciones de casos particulares que tomamos como *ejemplares* para nuestra investigación científica. Idealizaciones como los dibujos anatómicos del siglo XVII, o los modelos físicos o materiales como la mosca *drozoophila* en la investigación de la herencia, son ejemplos de representaciones abstractas en el sentido humeano; es decir, particulares en sí mismas, pero generales en su uso.

Figura 1. Ejemplo de representación abstracta de tipo humeano. Ejemplar botánico.[3]

En la vida diaria nos encontramos continuamente con representaciones abstractas de tipo humeano. Cada vez que compramos por catálogo, por ejemplo, utilizamos algún tipo de abstracción humeana.[4] Cuando ordenamos un par de zapatos por catálogo, por ejemplo, no esperamos recibir a vuelta de correo el mismo par de zapatos que aparecen fotografiados en el catálogo, sino uno *del mismo tipo*. En sentido estricto, lo que aparece fotografiado en el

[3] Espécimen de Holotype of Erigeron grandiflorus subsp. arcticus Porsild Plant, recogida en Victoria Island, Holman Island trading post, A.E. Porsild, 17342, Agosto 8, 1949. CAN 226845. Artic Island Distribution. S.G. Aiken, M.J. Dallwitz, L.L. Consaul, C.L. McJannet, L.J. Gillespie, R.L. Boles, G.W. Argus, J.M. Gillett, P.J. Scott, R. Elven, M.C. LeBlanc, A.K. Brysting and H. Solstad. 1999 en adelante. *Flora of the Canadian Arctic Archipelago: Descriptions, Illustrations, Identification, and Information Retrieval*. Versión del 29 de Abril, 2003. http://www.mun.ca/biology/delta/arcticf/’

[4]. En este ejemplo, por supuesto, no está en juego solamente el mecanismo humeano que caracterizo, sino también la representación fotográfica, pero podemos ignorar este elemento del ejemplo para concentrarnos en su componente humeano.

catálogo es un *ejemplar* del *tipo* de zapatos en venta. Dicho par de zapatos representa de manera humeana el tipo al que pertenece. Aunque el par de zapatos que estamos comprando no es precisamente ese, es *similar* para todos los aspectos relevantes a la compra-venta. Esta similitud es la que permite que la abstracción humeana funcione y que el ejemplar sirva de *representante* del tipo. Es necesaria la postulación de mecanismos inferenciales –que podríamos llamar *inductivos* en un sentido muy amplio– para extraer conocimiento general de estos ejemplares. Estos mecanismos incluyen no solamente a la inducción, sino también inferencias analógicas por idealización, y otras capaces de producir conocimiento general a partir del estudio de casos particulares sin que intervengan representaciones u objetos generales de ningún tipo.

Las teorías contemporáneas de paradigmas (Khun 1971) y ejemplares (Smith y Medin 1981, 1999), también son herederas de la concepción Humeana. Según esta teoría, nuestros conceptos psicológicos están estructurados alrededor de casos ejemplares. Por ello, cuando se nos pide un ejemplo de mueble, es más frecuente que respondamos “silla”, que “bote de basura” (Rosch 1975). Una gran variedad de fenómenos psicológicos pueden ser explicados así porque nos cuesta mucho trabajo definir o establecer criterios o condiciones de aplicación correcta incluso para conceptos que intuitivamente tenemos más claros. Porque aunque cada vez que empleamos un concepto abarcamos una serie de casos típicos, nos es difícil especificar las propiedades que hacen un objeto similar a los ejemplares prototípicos para considerarlo dentro de un mismo tipo.

3. *Hacía una epistemología de las representaciones abstractas*

El problema empirista clásico no se formuló en términos ontológicos; la discusión entre Locke y Hume no versaba sobre la existencia o inexistencia de objetos abstractos, sino sobre la existencia o inexistencia de *ideas* abstractas (es decir, representaciones mentales generales o conceptos). Para Locke, "la universalidad no pertenece a las cosas mismas, todas las cuales son particulares en su existencia" (1980, Libro III, Cap. 3, §11, p. 623). En otras palabras, Locke y Hume eran lo que hoy consideramos *nominalistas*, sólo creían en la existencia de lo concreto. Pero pese a que no creían en la existencia de objetos abstractos, sí reconocían la existencia y la eficacia del uso de representaciones abstractas.[5] En el *Ensayo*, Locke señala que mediante la abstracción, "se habilita a las ideas para representar a más de un individuo (*ibid*. p. 618)", mientras que para Hume, en vez de ideas abstractas, lo que tenemos son ideas "particulares en su naturaleza, pero generales en su representación (*ibid.* p. 22)". En ambos casos lo abstracto no es una categoría ontológica sino semántica. Lo que es abstracto son las representaciones (mentales o lingüísticas), no los objetos.[6]

---

[5]. A decir verdad, como señalan los mismos Burgess y Rosen (1997), aun desde antes del S XVII la distinción concreto/abstracto no se concebía como una distinción ontológica, sino gramática (semántica). No es sino hasta el siglo XVII que la discusión sobre la representación lingüística de lo abstracto da pie a la discusión sobre la representación mental de lo abstracto.

[6]. La transición del debate de ideas a un debate de objetos se debe al anti-psicologismo de finales del siglo XIX (aunque Burgess y Rosen (1997) ubican sus raíces en la dualidad mente/cuerpo introducida del pensamiento medieval al moderno por el trabajo de Descartes). Para los antipsicologistas (especialmente Frege 1884), lo mental era subjetivo y como tal, insuficiente para servir como fundamento para el conocimiento genuino. De tal manera que aunque se explicara la capacidad de representar mentalmente lo abstracto, aún era necesario que dichas representaciones y el conocimiento obtenido mediante ellas fuera efectivamente objetivo. Para ello, pensaba Frege, era necesario que existieran también los objetos y hechos abstractos representados por dichas ideas. En el caso de las matemáticas, esto significaba que independientemente de la existencia y uso de

Para construir una teoría epistemológica de lo abstracto que apele a representaciones, es necesario responder a tres preguntas fundamentales: (i) ¿cómo se da la representación de lo abstracto?, (ii) ¿cómo fijamos el contenido de estas representaciones? y (iii) ¿cómo las usamos para obtener conocimiento? Al nivel de lo mental, el problema es explicar la adquisición, posesión y manejo de conceptos generales.[7] Bajo esta perspectiva, una teoría de conceptos debe explicar al menos (i) la adquisición de dichos conceptos, (ii) la fijación de su contenido y (iii) su papel en la adquisición de conocimiento. En el caso del lenguaje las preguntas son las mismas: (i) ¿cómo adquirimos un vocabulario abstracto?, (ii) ¿cómo fijamos el contenido de estas representaciones? y (iii) ¿cómo las utilizamos para obtener conocimiento?

Lockeanos y humeanos suelen responder a estas preguntas de manera distinta. En general, los lockeanos apelarán a algún proceso lógico o psicológico de abstracción para explicar la adquisición y el contenido de nuestras representaciones abstractas. En cambio, los humeanos contarán una historia distinta sobre cómo no se requiere ninguna facultad o mecanismo de acceso especial a las representaciones abstractas. Para ilustrar esta

---

conceptos y símbolos matemáticos, era necesario garantizar la existencia de los referentes de dichos conceptos y símbolos.

Por lo menos desde el *Cratilo* y el *Teeteto* de Platón, la filosofía occidental ha mantenido la idea de que el conocimiento objetivo y general es posible sólo si su objeto propio es también objetivo y general. Parece ser que para que el conocimiento sea objetivo y general, es necesario que sus objetos sean también generales y objetivos; es decir, que existan de manera objetiva, independiente de nuestras mentes y convenciones. De esta manera, la cuestión epistemológica de la objetividad y generalidad del conocimiento ha dado pie a la postulación de los llamados objetos abstractos.

[7]. Excepto cuando indique lo contrario, de ahora en adelante, al hablar de conceptos, excluyo a los conceptos individuales.

diferencia, en la siguiente sección tomaré como ejemplo la manera en que estas preguntas se han resuelto en la filosofía de las matemáticas.

4. ***Lockeanos y humeanos en filosofía de las matemáticas***

En el caso de las matemáticas, una epistemología empirista debe explicar (i) la adquisición de conceptos matemáticos, (ii) la fijación del contenido de los mismos y (iii) su papel en la construcción del conocimiento matemático. En general hay que explicar cómo entidades no-matemáticas representan hechos y objetos matemáticos. ¿Cómo es posible, por ejemplo, que un numeral (un objeto concreto) represente un número (un objeto abstracto)? ¿Cómo es posible que un diagrama, que muestra una configuración geométrica particular, represente una situación geométrica general que involucra propiedades y relaciones entre objetos abstractos? En consecuencia, el reto del empirismo es fundamentar, a partir de una experiencia que sólo tiene acceso a los fenómenos particulares y concretos, el conocimiento matemático que, por lo menos prima facie parece ser radicalmente general. No es sorprendente en este caso que las propuestas epistemológicas que ha ofrecido el empirismo, se agrupen también dentro de las tendencias generales lockeana y humena ya identificadas.

Las propuestas lockeanas generalmente parten de aceptar la existencia de conceptos matemáticos propios, objetivos y formales, que dan contenido a nuestro conocimiento matemático. Al igual que Locke, estas propuestas requieren plantear algún tipo de mecanismo de abstracción que permita acceder epistemológicamente a esos conceptos a partir de la experiencia. Finalmente, estas propuestas necesitan una lógica deductiva que posibilite estudiar las propiedades y relaciones entre estos conceptos. El humeanismo, en cambio, requiere una teoría epistemológica donde el conocimiento matemático se fundamente en experiencias y objetos particulares, sin ninguna mediación de objetos universales.

El inductivismo radical de Stuart Mill (1843, libro II, caps. 5 y 6) es un ejemplo claro de una epistemología de las matemáticas de corte humeano. Sin embargo, podemos encontrar un ejemplo más sustancial en la amplia tradición *sintética* de la geometría (cf. Torretti 1978 y Nagel 1979)[8], ilustrado claramente por la epistemología de la geometría de Immanuel Kant (*cf.* Young, 1982, y Friedman, 1990). Para Kant, el método diagramático de la geometría constructiva deja claro cómo podemos obtener conocimiento matemático general a partir de nuestra experiencia y manejo de objetos particulares, como los diagramas. Para el filósofo alemán, el método de la geometría consiste en explotar las características generalizables de figuras geométricas particulares, a partir del reconocimiento y la consideración de casos exhaustivos, para obtener pruebas y construcciones generales sin la mediación de universales geométricos. Esta misma idea está presente en la aritmética finita de rayas de Hilbert (1926), de inspiración claramente kantiana, y teorías más recientes como la de Michael Resnik (1997),[9] ninguna de las cuales apela a ningún tipo de abstracción para dar cuenta del conocimiento matemático.

---

8. En este sentido, el debate entre las tradiciones analíticas y sintéticas en geometría moderna puede verse como una disputa entre una concepción lockeana de la geometría –la de la tradición analítica, en la cual la formalización garantizaba la pureza de las representaciones abstractas– y una humeana –la sintética. (Barceló, *en prensa a*) Igualmente, la formalización del álgebra y el análisis en los albores de la era moderna debe verse como el paso de un álgebra humeana, donde operaciones concretas eran usadas como ‘ejemplares’ a un álgebra abstracta en el sentido lockeano (Barceló 2004).

9. En (1997), Michael Resnik desarrolla una epistemología que “no se funda en transacciones causales o generadoras de información entre seres humanos y objetos matemáticos (Resnik, 1997, p.

El lockeanismo, por su parte, tiene su encarnación más clara en el logicismo de Gottlöb Frege, quien intenta fundamentar el conocimiento matemático en una capacidad de abstracción capaz de darnos acceso al tipo de conceptos lógicos que para él son los conceptos matemáticos. Sin embargo, en manos de Frege este proceso de abstracción pasa de ser un mecanismo psicológico a ser un mecanismo lógico.[10] Esta misma idea de abstracción lógica está presente en autores contemporáneos neo-fregeanos del estilo de Dummett (1991) o del de Crispin Wright (1983) y Robert Hale (1987), además de en estructuralistas como Stewart Shapiro (1997, c. 4).[11] En consonancia con su lockeanismo, estos filósofos contemporáneos favorecen una lógica deductiva para las matemáticas. Una vez que se tiene acceso a los conceptos abstractos de la matemática, es posible manipularlos lógicamente de una manera puramente deductiva (*cf*. Bonjour, 1998; Katz 2004, 1998). Como los humeanos no disponen de estos conceptos, necesitan de una lógica *inductiva* que les permita obtener conocimiento matemático a partir de la consideración de casos particulares.

Al interior del naturalismo también podemos identificar una tradición lockeana y otra humeana. El naturalismo original de Quine (1981) y su variante desarrollada por

---

175, mi traducción)", sino en nuestra capacidad de obtener información matemática confiable a partir de cálculos y "marcas sobre papel" (Resnik, 1987, pp. 86-7).

[10]. En sentido estricto, el logicismo de Frege no es un empirismo, en tanto que los objetos de los que parte su abstracción no son objetos empíricos sino objetos lógicos primitivos. Sin embargo esto solamente mueve el problema del acceso epistémico al nivel de estos objetos lógicos primitivos (Cf. Resnik 1980, 175). Lo incluyo en este campo porque, por lo demás, su propuesta epistemológica encaja perfectamente dentro del esquema lockeano. Además, ha servido de inspiración a las propuestas neo-fregeanas eminentemente empiristas.

[11]. En el caso de Stewart Shapiro (1997), la abstracción lógica se complementa con una abstracción psicológica para el reconocimiento de patrones simples.

Maddy (1990)[12] son ejemplos de naturalistas realistas de corte lockeano. En cambio, el naturalismo eleático de los nominalistas es más bien un empirismo humeano. Esta distinción corresponde también a una distinción similar a nivel ontológico entre naturalistas realistas, cuya epistemología es lockeana, y naturalistas nominalistas, cuya epistemología es humeana. El paralelismo entre ambas distinciones no debe sorprendernos. Basta recordar que detras el debate epistemológico entre Locke y Hume descansaba una preocupación ontológica: la existencia de las ideas abstractas. Como he señalado, la propuesta humeana surgió como un intento de dar sentido al conocimiento general y objetivo sin postular la existencia de ideas abstractas. No es de sorprender por lo tanto, que su estrategia epistemológica haya sido adaptada por los nominalistas para dar sentido al conocimiento matemático evitando la postulación de objetos matemáticos abstractos. Después de todo, si se puede explicar la matemática sin conceptos abstractos, tampoco es necesario postular objetos abstractos.

Como he ya señalado, la epistemología lockeana de las matemáticas necesita (1) explicar nuestro acceso epistémico a conceptos matemáticos es decir, nuestra capacidad de tener pensamientos matemáticos. Esto se logra generalmente postulando un mecanismo de *abstracción* lógico (como el propuesto por logicistas y neo-logicistas), psicológico (como el propuesto por los intuicionistas), o ambos (como aparece, por ejemplo, en el estructuralismo de Shapiro 1997). Una vez postulado el mecanismo, es necesario (2) garantizar que dicho mecanismo nos dé acceso epistémico a conceptos matemáticos genuinos. En otras palabras, una vez que hemos postulado un mecanismo de abstracción, es necesario garantizar que lo abstraído en dicho proceso tenga contenido matemático. Para

[12]. A diferencia de la de 1997, la cual no es empirista sino racionalista.

muchos esto significa que también es necesario demostrar que dichos conceptos se refieren a entes matemáticos reales y existentes.

Tanto para intuicionistas (como Brouwer (1975), para quien los objetos matemáticos son creaciones del pensamiento), como para neo-logicistas (como Wright (1983) o Azzouni (1994), para quienes los objetos matemáticos son creados por un proceso lógico de abstracción), el proceso de abstracción *crea* sus propios objetos, garantizando así, al mismo tiempo, su existencia y accesibilidad epistémica. Lockeanos de corte más radicalmente realista, demandan además una garantía extra de la existencia objetiva *e independiente*[13] de los referentes de dichos conceptos. Esta era la posición original de Frege en sus *Grundlagen* (1884) y es el motivo de las críticas recientes de autores como Agustín Rayo (2003) y Marco Panza (*en prensa a*) al neo-logicismo.

Finalmente, necesitamos también (3) una metodología y una lógica que nos permitan obtener conocimiento matemático a partir del acceso epistémico postulado en (1). Una vez que tenemos acceso epistémico a conceptos matemáticos y hemos garantizado su contenido, es fácil apelar a una metodología racionalista y a una lógica puramente deductiva para redondear nuestra teoría epistemológica. Este es el punto de menor contención dentro de la discusión epistemológica en filosofía de las matemáticas, pues la respuesta de los lockeanos al reto lógico-metodológico de (3) es la misma de los racionalistas (y parece ser empíricamente adecuada; es decir, recupera el hecho de que efectivamente hacemos matemáticas usando una metodología racionalista y una lógica deductiva). En este punto, la carga de la prueba descansa de lleno del lado de los empiristas humeanos.

[13]. Es decir, independiente del proceso lógico o psicológico de abstracción.

Es importante no confundir la existencia *objetiva* de los objetos matemáticos con la *objetividad* del conocimiento matemático. Los retos son distintos. Es necesario demostrar que el acceso epistémico obtenido en (1) captura la suficiente información matemática como para dar lugar a conocimiento objetivo. Es necesario, por ejemplo, que la manera en que se nos presente el objeto matemático sea tal que podamos reconocer en él sus propiedades matemáticas relevantes. En otras palabras, debe garantizarse la confiabilidad de nuestro acceso epistémico a los objetos matemáticos. Establecer el puente entre la existencia objetiva de los referentes de nuestros conceptos matemáticos y la objetividad del conocimiento obtenido de ellos no es un asunto trivial.

5. Substracción y análisis

En su formulación original, John Locke veía la abstracción como la separación y eliminación posterior de aspectos particulares de lo concreto (Locke, *Op. Cit.,* Libro III, cap. 3, §6). Hume y Berkeley criticaron a Locke precisamente por presuponer que todo aspecto de lo concreto podría existir separado de su sustrato concreto (Hume, *Ibidem*; Berkeley, 1710, §7-19). En consecuencia, para Hume la abstracción no implicaba eliminar o separar aspectos particulares de lo concreto, sino simplemente *ignorarlos* (Husserl 1891 concibe la abstracción de la misma manera).[14]

[14]. Una variación contemporánea de la estrategia humeana consiste en *neutralizar* mediante *idealizaciones* elementos de lo concreto, para formar lo abstracto. No trato de recuperar en mi caracterización todos los sentidos en que el termino ‘idealización’ es usado en la literatura filosófica contemporánea, especialmente en filosofía de la ciencia. Sin embargo, sí creo que mi caracterización sí captura muchos fenómenos de la ciencia que han sido llamados ‘idealizaciones’. Ofrezco un análisis más detallado de la idealización en ciencia y su relación con la abstracción al final de este capítulo.

Todas estas concepciones descansan en una visión analítica-descomposicional de lo concreto en tanto dependen de que haya elementos que se puedan ignorar (en el caso de las estrategias humeanas)[15] o separar y eliminar (en el caso de las lockeanas); en ambos casos ,la abstracción opera sobre las *partes* de un *todo* concreto. Por eso, sólo lo concreto es completo, mientras que lo abstracto es en sí mismo incompleto (en el caso lockeano,[16] o no es considerado completamente en el caso humeano). Por esta razón, ambos procesos de *abstracción* requieren un paso previo de *análisis*: sólo cuando ya hemos identificado las partes de lo concreto y el papel que juegan dentro del todo, podemos separarlas, eliminarlas, combinarlas, neutralizarlas o ignorarlas. En este sentido, toda abstracción presupone un análisis.

6. Concepciones aditivas de la abstracción

En contraste con las estrategias substractivas, desde el medioevo han existido toda una serie de concepciones de lo abstracto que no se basan en la substracción de aspectos de lo concreto (Beuchot 1991), sino en la adición *lógica* de concretos particulares. Para ellas, el contenido de neutras representaciones abstractas es la suma o adición lógica de cada uno de los particulares de los que se predican. Por ejemplo, el término 'verde' no significa ningún color en abstracto, sino la adición lógica de todas las representaciones referidas a objetos verdes concretos. Según estas teorías escolásticas, cuando decimos que algo es verde, afirmamos que ese algo es idéntico a un objeto verde o a otro, o a otro. Cuando predicamos

[15]. O neutralizables en el caso de la idealización.

[16]. Una vez más, la teoría fregeana de la abstracción es un ejemplo evidente de esta visión de las representaciones abstractas como incompletas.

de algo que es verde, lo identificamos con *algún* objeto verde. En consecuencia, detrás de todo término abstracto descansa una cuantificación existencial, es decir, una adición lógica.

En tiempos más recientes, esta tradición continua en lo que hoy se llaman las semánticas "extensionales" en lógica, nacidas de la tradición algebraica inglesa (Boole, DeMorgan, Jevons et al.) pero desarrolladas principalmente por la escuela polaca (_ukasiewicz, Tarski et. al.), Carnap, Kripke y otros (Mancosu et. al. 2004). En ellas, el comportamiento lógico y contenido de nuestras representaciones mentales se explica apelando al conjunto de entidades (reales o posibles) en su *extensión* o rango de aplicación.

Dentro de las concepciones aditivas de la abstracción hay también versiones nominalistas y platonistas. Para los nominalistas aditivos las representaciones abstractas no se refieren a ningún objeto abstracto sino a todos los objetos concretos de los que se predica de manera distribuida o *plural*. Así explican los nominalistas la semántica de las representaciones abstractas; es decir, cómo logran decir algo sobre el mundo concreto sin necesidad de postular más objetos que los concretos. La versión más actual de esta concepción nominalista es la teoría de la cuantificación *plural* de George Boolos (1984) y seguidores. Para el platonista aditivo, en cambio, las representaciones abstractas sí se refieren a objetos abstractos –conjuntos o clases– producidos mediante adición lógica. En matemáticas, por ejemplo, la abstracción se entiende exactamente así; es decir, como la formación de clases de equivalencia (clases de objetos equivalentes en algún respecto especificado) que son un nuevo tipo *más abstracto* de objetos. En otras palabras, para el platonista aditivo, además de los concretos particulares, existen también los conjuntos o clases de concretos (y los conjuntos y clases de esos conjuntos y clases, y así en adelante); y son a estos conjuntos o clases a las que se refieren las representaciones abstractas y, por lo tanto, pueden llamarse legítimamente objetos abstractos.

Las perspectivas aditivas enfrentan los mismos retos epistemológicos y ontológicos que las substractivas. Sin embargo, sus respuestas a estos retos son muy distintas, ya que pueden apelar al carácter concreto de sus partes aditivas. Si damos por sentado nuestro acceso epistémico a lo concreto –como hacen los empiristas–, tenemos entonces resuelto también el problema del acceso epistémico a lo abstracto a través de sus partes concretas. En otras palabras, como las partes aditivas de un abstracto son concretas, el acceso epistémico a lo concreto *es* también acceso epistémico a lo abstracto a través de sus partes. Si el rojo es la adición lógica de todo lo rojo, por ejemplo, al ver un objeto rojo no sólo vemos ese objeto rojo concreto, sino también lo rojo que hay en él, ya que él mismo es parte (aditiva) de lo rojo. Accedemos así a lo abstracto a través de sus instancias concretas.[17] Este acceso garantiza además que dichos abstractos existan realmente. Si, por ejemplo, vemos un objeto de cierto color, no podemos dudar racionalmente que el color exista. Si lo abstracto es la suma lógica de sus instancias, entonces saber que existen las instancias es lo mismo que saber que existe el abstracto correspondiente.

7. Abstracción, simplicidad y deducción

Un contraste fundamental entre las concepciones lockeanas y las aditivas es la manera en que ambas conciben la relación parte-todo entre lo concreto y lo abstracto. Mientras que para los lockeanos lo abstracto está constituido por *partes* de lo concreto, para los aditivos

[17]. La idea general es hacer una analogía entre los objetos concretos complejos y lo abstracto: ambos tienen partes concretas –aunque la manera en que se compongan de ellos sea diferente. Así como podemos decir que hemos visto a alguien cuando, en realidad, sólo le hemos visto la cara, así también podemos decir que hemos visto el color rojo cuando en realidad no hemos visto *todo* lo rojo, sino solamente algunos objetos rojos. En ambos casos, el haber visto parte del objeto nos justifica para decir que lo hemos visto.

lo abstracto está formado por la suma de concretos; es decir, que los concretos se vuelven *miembros* de lo abstracto.[18] En la concepción lockeana lo abstracto se concibe como incompleto en relación con lo concreto; y en algunos casos, de varios abstractos se podría formar un concreto. En la concepción aditiva lo abstracto se compone de varios concretos; cada uno de ellos es parte de la extensión de la representación. Por ello las concepciones aditivas ponen el acento en la *extensión* de las representaciones abstractas y concretas, mientras las concepciones Lockeanas lo ponen en la *intención*.[19]

Dada esta oposición simétrica entre las concepciones lockeanas y aditivas, no podemos decir en general que lo abstracto sea más o menos complejo que lo concreto. Desde el punto de vista lockeano, lo concreto es en general, más complejo que lo abstracto, pues lo abstracto surge de la eliminación de aspectos o partes de lo concreto. En cambio,

---

18. Más sobre la relación de "ser meimbro de" en el capítulo tres.

19. De esta manera es posible concebir la discusión contemporánea en semántica filosófica entre russellianos y neo-fregeanos como una disputa entre diferentes concepciones de la abstracción. Para los russellianos, a grandes rasgos, el contenido de una representación –abstracta o concreta– está dado por su extensión. De esta manera, para los Russelleanos platonistas, si el significado es un objeto abstracto, éste debe ser concebido de manera aditiva; es decir, compuesto por la adición lógica de los objetos a los que refiere. Para los russellianos nominalistas, en cambio, no existen tales objetos abstractos llamados *significados*, sino solamente los concretos que conforman la extensión de nuestras representaciones abstractas y concretas. Para los neo-fregeanos, este aspecto extensional del significado debe complementarse por lo menos con un aspecto intencional. Frege mismo (1996), quien en este aspecto era fregeano y platonista, concebía por ejemplo, el sentido --responsable del aspecto intencional del significado– como un objeto abstracto lockeano; es decir, un objeto incompleto. No todos los neo-fregeanos, sin embargo, han seguido a Frege en este punto. Un caso claro son autores como Carnap (1956), Lewis (1970), Gamut (1991), Kaplan (1989) y bidimensionalistas como Stalnaker (1987, 1988), etc., quienes conciben el aspecto intencional de nuestras representaciones lingüísticas de manera aditiva: como la adición lógica de las diferentes extensiones que puede tomar una representación relativas a un contexto o mundo posible de evaluación (*cf*. Katz, 1992).

desde el punto de vista aditivo, lo abstracto es más complejo que lo concreto pues su extensión es mayor; es decir, contiene más miembros. Para evitar confusiones, en lo que resta del capítulo adoptaré la convención de usar “partes” o “partes substractivas” para referirme a los conceptos que componen un concepto o representación abstracta bajo una concepción lockeana o intencional, y de ‘miembros’ para referirme a los elementos extensionales concretos de un concepto bajo una concepción aditiva. De esta manera, podemos concluir que lo abstracto es intencionalmente más simple que lo concreto porque tiene menos *partes*, pero extensionalmente más complejo porque tiene más *miembros* (Beaney 2003). En consecuencia, no siempre es fácil juzgar, a partir de la complejidad sintáctica o, en general, a partir de la cantidad de elementos que componen una representación – es decir, fijándonos solamente en el número de sus partes con contenido –, si es más abstracta o concreta que otra. Es necesario determinar si dicha complejidad es substractiva o aditiva, es decir, es necesario saber si dichos componenetes corresponden a partes substractivas o miembros. En el caso de representaciones pictóricas como mapas, fotografías, dibujos, etc., la complejidad sintáctica suele corresponder a una complejidad substractiva (Westerhoff 2005).[20] Es claro que, por ejemplo, un mapa con más elementos

[20]. A esto es a lo que Stenning (2002) llama tener una interpretación localizada. La interpretación de un sistema de representaciones es localizada si y sólo si toda representación del sistema implica lógicamente a sus sub-representaciones. Esta propiedad es claramente falsa de los lenguajes formales y naturales. El enunciado “Saldré de vacacaiones” es parte componente del enunciado “Saldré de vacaciones si me gano la lotería”, y sin embargo no es implicado lógicamente por él. La interpretación de representaciones pictóricas, en contraste, sí es localizada (Westerhoff 2005, Sober 1976). Supongamos que parto la foto de un frutero en varios trozos de tal manera que en uno de ellos aún se pueda ver una manzana dentro del frutero. De la información contenida en esa parte de la foto se puede inferir válidamente que una de las frutas en el frutero que aparecía en la foto original era una manzana.

visuales que representen aspectos de una región, es más concreto que un mapa más sencillo. En este caso, la complejidad del mapa es substractiva y sus elementos son partes substractivas. Esto se debe a que es mucho más difícil, sino es que imposible, representar adiciones lógicas en este tipo de representaciones, (Barwise 1993). Esta es una de las ventajas principales de los lenguajes (tanto naturales, como artificiales) sobre las imágenes y diagramas. En la mayoría de los lenguajes es igualmente fácil representar partes substractivas que aditivas. Por ello, en estos casos la complejidad sintáctica es mala guía del grado de abstracción o concreción de una representación.

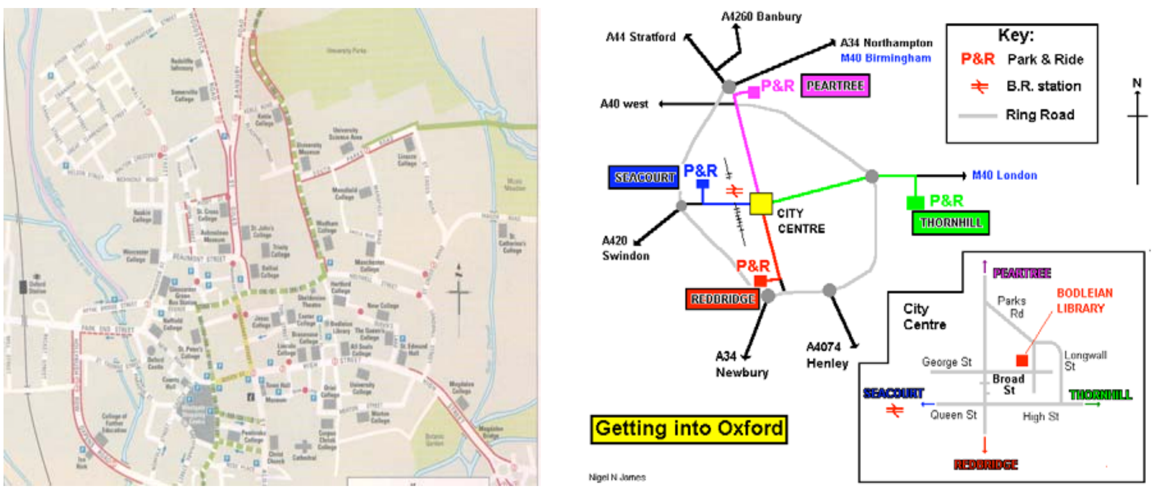


Figura 2. Dos mapas de Oxford de diferentes niveles de abstracción y simplicidad.

Para ilustrar la manera en que la sintaxis de las representaciones lingüísticas o matemáticas puede confundirnos respecto a la complejidad substractiva o aditiva de una representación, considérense las siguientes fórmulas lógicas:

6. Pa
7. x Px
8. _x Px
9. Pa & Pb

10. Pa v Pc

11. Pc _ Pa

Sintácticamente (6) es más simple que el resto de las fórmulas. Sin embargo, de ello no podemos concluir nada general sobre su complejidad substractiva o aditiva. Efectivamente (6) es más concreta y, como veremos más adelante, menos general que (8) y (9). Sin embargo, es menos concreta que (7), (10) y (11). Esto se debe a que la cuantificación existencial y la disyunción son operaciones de adición lógica–infinita en el caso de la cuantificación y finita en el caso de la operación diádica (además, (11) es equivalente a ~Pc v Pa). La cuantificación universal y la conjunción, son en cambio operaciones de lo que se ha llamado *producto lógico*. La adición lógica forma representaciones aditivamente más complejas, mientras que el producto lógico forma representaciones substractivamente más complejas. En este sentido, los elementos de una disyunción lógica son partes aditivas,[21] mientras que los factores de un producto lógico, son partes substractivas. La mera complejidad sintáctica, por lo tanto, puede esconder tanto complejidad substractiva como sintética. Para determinar la complejidad substractiva o aditiva y, por lo tanto, el carácter abstracto o concreto de una fórmula, es necesario hacer un análisis lógico más profundo.

En cierto sentido (Russell 1919) el objetivo mismo de la lógica deductiva formal ha sido proveer las herramientas para este tipo de análisis lógico; es decir, para poder

---

[21]. En sentido estricto, en lógica contemporánea se distinguen dos tipos de adición lógica y por lo tanto, dos tipos de partes aditivas: miembros y disyuntos. Sin embargo, dicha distinción no forma parte de la concepción clásica, ya que no aparecerá sino hasta el siglo XX, como veremos en el capítulo 4. De cualquier manera, los miembros pueden ser agrupados bajo el esquema general de la disyunción si los modelamos por su predicado unitario _*x* (*x*=*a*).

distinguir las representaciones abstractas de las concretas.[22] Por eso, en lógica formal ha sido muy importante distinguir operaciones aditivas como la disyunción y la cuantificación existencial, de las substractivas como la conjunción y la cuantificación universal.[23]

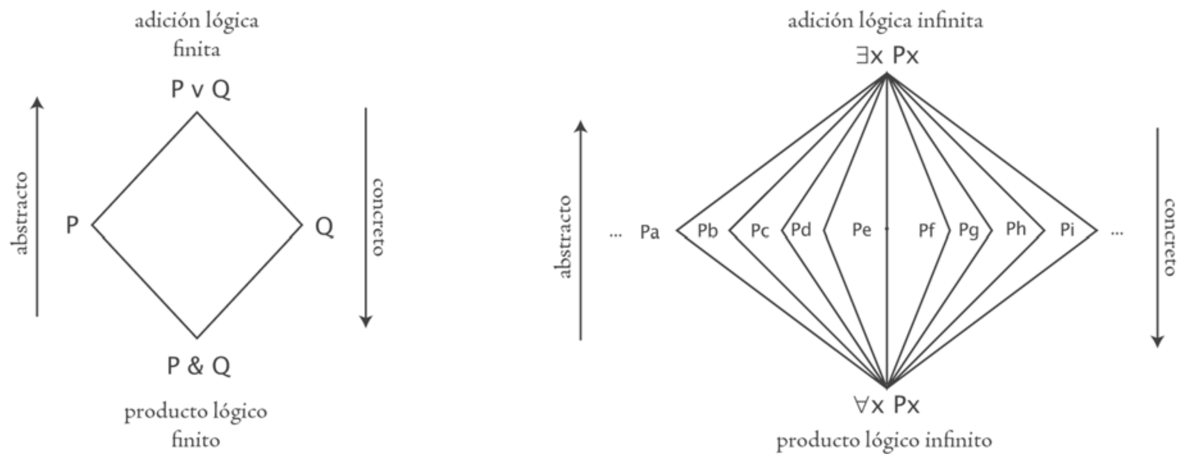


Figura 3

Como puede verse en la figura 3 hay una relación directa entre abstracción y consecuencia deductivamente válida. Lo concreto implica deductivamente a lo abstracto. Por esta razón logicistas del siglo pasado como Frege (1884) y Russell (1919) concluyeron que las verdades lógicas eran completamente abstractas y tenían el grado máximo de abstracción, pues se seguían deductivamente de cualquier otra proposición, incluyendo las falsas y las contradictorias.

Un caso completamente aparte es el de los humeanos, para quienes las representaciones abstractas no corresponden a concretos incompletos o a partes de representaciones concretas (como para los lockeanos), ni a la suma lógica de varios concretos (como en la concepción aditiva), sino a representaciones concretas de un tipo

[22]. O para ser más precisos, como veremos adelante, para determinar el grado de abstracción de una representación.

[23]. Vale la pena mencionar aquí el peculiar caso de la negación, la cual no es una operación aditiva ni sustractiva.

especial, paradigmático o límite.[24] Para los humeanos clásicos, como el mismo Hume, los geómetras sintéticos o Kant en su filosofía de la geometría, las representaciones abstractas eran en realidad representaciones que *se usaban* de manera abstracta, pero que igualmente se podían usar de manera concreta. De esta manera, la distinción entre abstracto y concreto se da sólo en el uso de las representaciones.

8. *Grados de abstracción* vs *dualidad concreto/abstracto*

Pese a que la distinción abstracto/concreto se presenta comúnmente como una dualidad, una vez que vemos con más detalle las propuestas aditivas y substractivas de la abstracción, podemos ver en ellas una gradación, o mejor dicho, un orden parcial dentro de lo abstracto. En otras palabras, hay niveles de abstracción dentro de lo abstracto.

En las visiones substractivas, por ejemplo, podemos graduar los niveles de abstracción según los aspectos separados o ignorados de lo concreto. Por ejemplo, si empezamos con una representación concreta de la esfera de onix que tengo en mi estudio, y eliminamos una de sus características: la de que está en mi estudio, tendremos una representación de una esfera de onix. Esta representación ya no es concreta sino abstracta. Mientras toda esfera de onix concreta está en algún lado, la esfera de onix abstracta no está en ningún lado. Su ubicación ha sido abstraída, eliminada. Ahora, podemos eliminar otra propiedad, por ejemplo, la de ser de onix y quedarnos con una representación aún más abstracta: la de una esfera negra. Una vez más, si eliminamos su color, nos queda tan sólo un objeto esférico que es aún más abstracto, y si eliminamos su materialidad, nos queda una

[24]. Aunque en algunos casos inexistentes o naturalmente imposibles, como veremos en más detalle más adelante.

esfera. Podríamos seguir así obteniendo mayores grados de abstracción hasta llegar al que sería presumiblemente el grado máximo de abstracción que correspondería al ser.

En las versiones aditivas podemos identificar igualmente mayores o menores grados de abstracción según la extensión de las representaciones. Si la extensión de una representación contiene a la de otra, entonces la primera es más concreta y la segunda más abstracta. Al igual que de cada substracción de la concepción abstractiva resulta una representación más abstracta, de cada adición de la concepción aditiva resulta una representación más abstracta. La disyunción de dos representaciones siempre da por resultado una representación por lo menos tan abstracta como la más abstracta de las representaciones originales. Así hasta llegar a la suma total, de extensión universal, en el grado máximo de abstracción.

En sentido inverso, el proceso de concretización en las concepciones substractivas lleva en su caso límite a la consideración de la totalidad de la realidad, con todas sus relaciones y propiedades como el único objeto completamente concreto. A fin de cuentas, si contamos a las relaciones y propiedades secundarias como aspectos de la realidad, incluso la consideración de un objeto abstracto aislado de sus relaciones con el resto de la realidad implica *ya* algún tipo de abstracción (Ramsey 1925). En cambio, en las concepciones aditivas es necesaria una multiplicidad bruta de objetos concretos. Para poder empezar a formar grupos o pluralidades de objetos concretos, es necesario contar con por lo menos algún objeto concreto básico o *urelemento* identificable.[25] No es sorprendente entonces que las concepciones aditivas favorezcan una concepción atomista de lo concreto.

[25]. Aquí podría argüirse que las concepciones aditivas no escapan de la necesidad de requerir un paso previo de análisis de la realidad que nos permita identificar a los concretos de manera discreta.

Como había señalado, la distinción concreto-abstracto (y análogamente, distinciones derivadas como universal-particular, sujeto-pedicado, etc.) se presenta tradicionalmente como una dualidad completamente excluyente y, en muchos casos, también exhaustiva (Ramsey 1925). Esta concepción es compartida por (i) aquellos como Braithwaite (1926) y Strawson (1959) que creen que la distinción se puede hacer en términos del carácter espacio-temporal de lo concreto; (ii) por quienes como Wisdom (1934), las distinguen porque en lo abstracto se cumple el principio de identidad de los indiscernibles (y, presumiblemente, no en lo concreto), (iii) por quienes como Geach (1950, 1975), Anscombe (1959) y Dummett (1973) piensan que las representaciones abstractas (los predicados) pueden negarse, mientras que las concretas no, y finalmente por autores como Russell (1919) que buscan en la distinción abstracto-concreto una manera de dibujar la línea divisoria entre lo lógico y lo no-lógico.

Dadas las críticas devastadoras de Burgess y Rosen (1997) entre otros, es difícil sostener que además de la gradación antes expuesta, haya una distinción fundamental entre concreto y abstracto. "Abstracto" y "concreto", deben concebirse mejor entonces como términos relativos. De esta manera, una representación será concreta tan sólo en relación con otra que juegue el papel de abstracta en relación con ella. En general, una representación es más abstracta que otra si su extensión es más general y/o es consecuencia lógica de ella.

10. Abstracción por idealización

Antes de terminar el estudio de la abstracción, quisiera detenerme un momento a presentar con más detalle la versión contemporánea del humeanismo, que en el primer capítulo he llamado "abstracción por idealización". Ahí he dicho que una idealización tiene lugar cuando en vez de simplemente ignorar elementos peculiares del fenómeno que se estudia, los *neutralizamos* para contar con una representación más simple y abstracta. La naturaleza de dicha neutralización puede ser cualitativa o cuantitativa, aunque aparece de manera más clara cuando se trata de modelos matemáticos, en particular cuando estos modelos son fórmulas polinomiales. Recordemos que un polinomio es la suma finita de términos; es decir, de fórmulas algebraicas formadas de operaciones aritméticas básicas –multiplicación, división, suma y resta– sobre variables y constantes numéricas. En los modelos polinomiales estas variables y constantes sirven de parámetros para la representación de factores cuantificables. Como también se sabe, cada una de estas operaciones aritméticas básicas cuenta con un valor *neutro*. En el caso de la adición, por ejemplo, el valor neutro es el cero, pues cualquier cantidad se mantiene constante si le sumamos cero. De ahí que cualquier miembro del polinomio puede neutralizarse si adquiere el valor cero. La eliminación de términos de un polinomio, se reduce, por lo tanto, a la resolución del término para el valor cero.

Ilustremos con un ejemplo. Considérese el siguiente polinomio:

$$x = ab^2 + c/d + e$$

Cada término del polinomio puede eliminarse de manera sencilla asignándole algún valor neutro a alguno de sus parámetros. Por ejemplo, el primer término, ab^2, puede neutralizarse si adquiere el valor cero (neutro aditivo), y reducir así la fórmula original al polinomio más simple $x = c/d + e$. Resolviendo la ecuación $ab^2 = 0$, tenemos dos soluciones: $a = 0$ y $b = 0$. De tal manera que si a = 0 o b = 0, entonces $ab^2 = 0$ y, por lo tanto, x = c/d + e.

1. $x = ab^2 + c/d + e$

2. x = c/d + e

3. $ab^2=0$

4. $a = 0$

5. $b = 0$

Esta idealización se puede ver como la resolución del sistema de ecuaciones formado por el polinomio original (1) y el polinomio al que queremos reducirlo (2). Este sistema de ecuaciones se reduce, a su vez, a la ecuación (3), cuyas soluciones (4) y (5) nos dan los valores que podemos asignar a dichos parámetros para reducir (1) a (2). Siguiendo a Xavier de Donato (2005), llamaré a estas soluciones las *idealizaciones* detrás de la abstracción. Una vez identificado el proceso de idealización, es fácil eliminar el término c/d resolviendo la ecuación $c/d = 0$; es decir, asignando los valores 0 a c o infinito a d. Ambas idealizaciones reducen la ecuación original a $x = ab^2 + e$. Igualmente con la idealización $e = 0$, podemos reducir el polinomio original a la ecuación $x = ab^2 + c/d$.

Los términos del polinomio no sólo pueden neutralizarse y eliminarse así de la ecuación. Casi todos los parámetros de un término pueden neutralizarse si se les asigna el valor neutro adecuado. En el término ab^2, por ejemplo, la a y la b pueden eliminarse resolviendo las ecuaciones $ab^2 = b$ y $ab^2 = a$, para cada uno. En consecuencia, con la idealización $a = 1$, podemos reducir el segundo término del polinomio de ab^2 a b^2, y el polinomio original de $x = ab^2 + c + e$ a $x = b^2 + c/d + e$; y con la idealización $b = 1$, podemos reducir el segundo término del polinomio de ab^2 a a, y el polinomio original a $x = a + c/d + e$. También con la idealización $d = 1$, podemos reducir el polinomio original a $x = ab^2 + c + e$. Sin embargo, no hay una manera similar de eliminar la variable d del polinomio, pues no hay valores definidos que resuelvan la ecuación $c/d = d$. En otras palabras, no es posible reducir $x = ab^2 + c/d + e$ a $x = ab^2 + d + e$ con ninguna idealización simple.

Esta situación nos deja dos opciones: por un lado, podemos aceptar que no es posible eliminar el parámetro d, o podemos ampliar nuestro concepto de idealización para abarcar también la solución de ecuaciones como $c/d = d$, que no determinan ningún valor específico, sino que definen una familia de ellos. De esta manera, en vez de asumir algún valor determinado para un parámetro, asumimos la satisfacción de una relación matemática entre los parámetros relevantes. En nuestro ejemplo, la idealización es que $c/d = d$ (o que $c = d^2$). Adoptar esta segunda convención tiene la ventaja de permitir la eliminación de cualquier parámetro al interior de un polinomio.[26]

Antes de dejar el tema, vale la pena señalar que no de cualquier término que se elimine de un modelo polinomial, resultará una idealización. También es necesario que la nueva fórmula no dé resultados demasiado distintos a los de la fórmula original (por lo menos dentro de cierto dominio *normal* de aplicación). En otras palabras, los resultados obtenidos por la nueva ley no sólo deben aplicarse de manera estricta en los casos ideales,[27] sino que también deben dar resultados adecuadamente aproximados a los ofrecidos por la ley original. Dicha aproximación debe ser proporcional a la desviación del valor del

[26]. Siguiendo en esta dirección, podríamos también agrupar las diferentes soluciones a una reducción, no como diferentes idealizaciones simples (que resultan en la misma abstracción), sino como formando disyuntivamente una única idealización compleja. De esta manera, podemos decir que es la idealización compleja ($c = 0$ v d = infinito) la que está detrás de la reducción de $x = ab^2 + c/d + e$ a $x = ab^2 + e$. De esta manera, detrás de cada abstracción descansa una única idealización y nuestro concepto de idealización adquiere máxima generalidad y simplicidad.

[27]. Llamo “casos ideales” a aquellos que satisfacen las idealizaciones.

parámetro idealizado. En otras palabras, mientras más nos acerquemos al caso ideal, menor debe ser la distorsión introducida por la idealización (DeDonato 2005).

Este tipo de abstracción tiene la ventaja de poder capturar de manera más natural el carácter contrafáctico de muchas idealizaciones. Sin embargo, al igual que las estrategias Lockeanas, tiene la desventaja de requerir que se hagan explícitos los aspectos que van a ser ignorados. En general, para usar un ejemplar como representante de todos los objetos de su tipo, no es necesario especificar exacta ni explícitamente, cuáles de sus aspectos son generalizables y cuales no. Cuando hacemos una compra por catálogo, para regresar a nuestro ejemplo del capítulo uno, no se nos tiene que decir explícitamente en qué se parecerá el zapato que recibiremos por correo, al que aparece fotografiado en el catálogo. Basta saber que serán similares o del mismo tipo. Dichas restricciones no necesitan darse de manera previa al uso de la representación, sino que son producto de su uso.

11. Idealización, distorsión y generalidad

Como se ha dicho en el primer capítulo de este libro, las representaciones más abstractas son más generales que las más concretas, pues comprenden más casos que ellas.[28] Todo proceso de abstracción aumenta la extensión de la representación y todo proceso de concretización la reduce. En cierto sentido, podríamos llegar a decir que abstraer no es sino generalizar.

En el caso de los predicados, los más generales se aplican a más objetos; las fórmulas abiertas más abstractas son satisfechas por más secuencias. En el caso de las proposiciones, las más abstractas son verdaderas en más circunstancias o mundos posibles

[28]. Esta regla se cumple tanto en el caso de predicados como proposiciones.

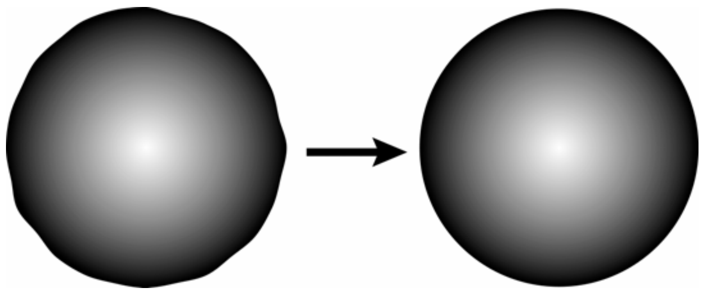
que las más concretas. Por lo tanto, las proposiciones abstractas son consecuencia lógica de las concretas. Así se mantiene una armonía entre predicados y proposiciones: dados dos predicados con diferentes grados de abstracción, la clausura –mediante cuantificadores– del más abstracto sigue siendo más general que la clausura del predicado menos general.[29]

Concebir la abstracción en términos de generalidad y consecuencia lógica, en vez de en los términos metafóricos de substraer o añadir rasgos o elementos constitutivos, tiene la ventaja de darnos un criterio claro y bien definido de cuándo una representación o

---

[29]. Por razones de simplicidad ignoraré cierta tradición lógica donde las proposiciones son más generales mientras más información contienen; es decir, mientras más condiciones imponen al mundo para ser verdaderas. Por ejemplo, decir que todos los perros ladran es hacer una afirmación más general que la de que mi perro ladra, pues la primera impone más condiciones al mundo para ser verdadera. Bajo esta interpretación, un enunciado universal (es decir, un enunciado cuya forma lógica quedará expresada por una fórmula cuantificada universalmente) es más general que uno particular que a su vez, es más general que uno existencial. Sólo en este sentido se puede decir que la deducción va de lo general a lo particular. Igualmente, si digo que mi perro ladra, pero no muerde, he dicho algo más general que si simplemente digo que ladra o que muerde, ya que la conjunción contiene más información sobre el mundo que cada uno de sus conyuntos. En general, el producto lógico nos da proposiciones de mayor generalidad, y la adición lógica proposiciones de menor generalidad, invirtiendo el orden de generalidad de predicados en proposiciones. Es claro que esta manera de entender la generalidad de las proposiciones es completamente inversa a la que presento aquí. Todo lo que digo sobre la generalidad de proposiciones en el resto del texto debe interpretarse de manera inversa si a uno le interesa este tipo de generalidad. Sin embargo, prefiero la otra manera de entender la generalidad porque mantiene la armonía entre predicados y proposiciones.

modelo, es más abstracta que otra. Muchas veces no resulta claro si una representación es más simple o más compleja que otra, ni cómo han de identificarse sus partes constitutivas. Consideremos el siguiente ejemplo sencillo. Supongamos que usamos la figura de la derecha para representar la de la izquierda:



(a) (b)

Figura 1

Es tentador afirmar que la esfera perfecta de la derecha es una *idealización* o *simplificación* de la figura cuasiesférica de la izquierda. Sin embargo, en el marco de nuestra teoría, determinar si dicha transformación es una abstracción depende de qué rasgos hayan aparecido o desaparecido en el paso de una figura a otra. Si concebimos el paso de (a) a (b) como la eliminación de las imperfecciones de (a), la transformación es una abstracción. Si por el contrario, concebimos la transformación como la aparición de una perfección que no existía anteriormente, entonces (b) es más concreta que (a). Ambas opciones son por supuesto, incompletas. Lo que sucede en este tipo de idealizaciones es que desaparecen ciertas características que son sustituidas por otras nuevas. El modelo idealizado es más simple, pero su simplicidad se obtiene por sustitución, no por eliminación de características. La idealización, más que una abstracción es una *distorsión*.

Este mismo tipo de distorsión ocurre en los casos de idealización que presentamos en la primera sección de este apéndice. Suele decirse que en ellos la relación entre simplicidad y abstracción se invierte: las representaciones más complejas son más generales en su extensión y por lo tanto, más abstractas que las más simples. La razón de este extraño fenómeno radica en la naturaleza misma de la idealización. Como vimos anteriormente, la idealización suele involucrar la reducción de valores de un parámetro. Cuando se asigna el valor neutral cero al parámetro a en la idealización con la que empezamos este apéndice, se reducen por ejemplo, los valores que puede tomar dicho parámetro a sólo uno. Como tal, parece que la idealización restringe el rango de aplicación de la representación resultante. Es por ello que se dice que las representaciones abstractas idealizadas son menos generales que las más complejas de las que surgen. Sin embargo, dicha conclusión es apresurada y a fin de cuentas, parcial.

Comúnmente se asume que existe una relación lógica entre leyes generales y leyes específicas, de tal manera que las segundas se pueden deducir válidamente de las primeras, si se específica la restricción de domino requerida. Es tentador usar este tipo de argumento para concluir que las leyes simples que surgen de la idealización son más específicas y por lo tanto, más concretas que aquellas de las cuales se derivan. Considérese una deducción como la siguiente:

A. (1) Ley compleja original: $x = ab^2 + c/d + e$ (más general)

(4) Idealización: $a = 0$ (restricción)

Por lo tanto, (2) ley simple derivada: $x = c/d + e$ (más particular)

Donde (2) no es consecuencia lógica ni de (1) ni de (4) por sí solas.

Compárese ahora esta manera de presentar la idealización con la manera en que lo hicimos en la primera sección de este apéndice; es decir, en forma de un sistema de ecuaciones:

B. (1) Ley compleja original: $x = ab^2 + c/d + e$

(2) Ley simple derivada: $x = c/d + e$

Soluciones: (4) Idealización: $a = 0$ (restricción)

(5) Idealización: $b = 0$ (restricción)

Presentar la idealización como una deducción del tipo **A** tiene la desventaja de sugerir una asimetría deductiva entre la ley compleja (1) y la simple (2), que no existe. La falta de dicha asimetría se hace evidente si nos damos cuenta de que uno puede cambiar las leyes de lugares y obtener una nueva deducción igualmente válida (*cf*. Winther, *manuscrito*):

C. (2) Ley simple: $x = c/d + e$ (más general)

(4) Idealización: $a = 0$ (particularización)

Por lo tanto, (1) ley compleja: $X = ab^2 + c/d + e$ (más particular)

Donde ni (2) ni (4) implican deductivamente a (1) de manera aislada.

Aun más, el mismo sistema de ecuaciones **B** también determina una relación deductiva válida:

D. (1) Ley compleja: $x = ab^2 + c/d + e$

(2) Ley simple: $x = c/d + e$

Por lo tanto, (4 ∨ 5) idealizaciones: $(a = 0) \vee (b = 0)$

Donde ni (1) ni (2) implican deductivamente a (4 ∨ 5) de manera aislada.

Recapitulando los resultados de esta sección, las relaciones deductivas entre leyes e idealizaciones pueden resumirse de la siguiente manera

(a) De la ley Simple y la Idealización se sigue deductivamente la ley Compleja [(1 & (4 ∨ 5)) implica deductivamente a (2)]

(b) De la ley Compleja y la Idealización se sigue deductivamente la ley Simple [(2 & (4 ∨ 5)) implica deductivamente a (1)]

(c) De la ley Compleja y la ley Simple se sigue deductivamente la Idealización [(1 & 2) implica deductivamente a (4 ∨ 5)]

Por supuesto, no hay nada paradójico en este fenómeno. Todo sistema de ecuaciones determina con su solución estas relaciones deductivas. Cualquier perplejidad que pueda surgir de esta observación queda completamente disuelta si ponemos un poco más de atención en la extensión de las leyes e idealizaciones. Así veremos que no es correcto considerar las leyes idealizadas menos o más generales que las leyes de las que se abstrajeron; ni mucho menos pensar que las idealizaciones son menos o más generales que las leyes. A decir verdad, no tenemos manera de comparar la generalidad de una idealización con la de las leyes que relaciona.[30] Por ejemplo, pese a lo que podría parecer superficialmente, las ecuaciones $a = 0$, $x = ab^2 + c/d + e$ y $x = c/d + e$ no son ni menos ni más generales las unas respecto a las otras. Como he insistido con anterioridad, la complejidad sintáctica de una fórmula es una pésima guía de su generalidad. Esto se nota aún más si presentamos las ecuaciones en forma de fórmulas abiertas:

(1) $x_1 = x_2 \cdot x_3^2 + x_4/x_5 + x_6$

(2) $x_1 = x_4/x_5 + x_6$

(4) $x_1 = 0$

(5) $x_2 = 0$

[30]. Después de todo, el orden de generalidad – como el de abstracción – es parcial y no lineal.

No toda secuencia que satisface (2) satisface también a (1), ni viceversa. Esto se debe a que no cualquier asignación de valores a las variables x_1, x_4, x_5 y x_6 que hace a (2) verdadera, hace también a (1) verdadera, *independientemente de qué valores tomen x_2 y x_3.* Solamente en los casos en que $x_1 = 0$ o $x_2 = 0$, las asignación de valores a las variables x_1, x_4, x_5 y x_6 que hacen a (1) y (2) verdaderas, son las mismas. En consecuencia:

(a1) Toda secuencia que satisface tanto a (1) como a (4) satisface también a (2).

(a2) Toda secuencia que satisface tanto a (1) como a (5) satisface también a (2).

(b1) Toda secuencia que satisface tanto a (2) como a (4) satisface también a (1).

(b2) Toda secuencia que satisface tanto a (2) como a (5) satisface también a (1).

(c) Toda secuencia que satisface tanto a (1) como a (2), o bien satisface (4), o bien satisface (5).

Por lo tanto, no es posible argumentar que las leyes idealizadas son más particulares ni más generales, que las no idealizadas, ni viceversa. Tampoco hay manera de argumentar, desde el punto de vista deductivo o por su extensión, que las idealizaciones mismas son menos o más generales, que las leyes idealizadas o no idealizadas.

12. Rescatando la armonía

Antes de terminar este apéndice, quisiera considerar una manera en que se podría rescatar la idea de que hay una asimetría deductiva entre las leyes simples y complejas: considerar las idealizaciones como *contenidas* dentro de la ley abstracta. Esta inclusión puede entenderse (i) como una conjunción o (ii) como una condicionalización. Regresemos a nuestro ejemplo. Bajo el punto de vista (i), la ley abstracta no es la ecuación (2) en sí misma, sino su conjunción con la idealización ($4 \vee 5$). Así podemos rescatar alguna relación deductiva entre las leyes abstracta y concreta: en particular, la ley concreta se seguiría de manera deductivamente válida de la ley abstracta, pero no viceversa (por (a), arriba). En el segundo caso (ii), si pensamos en la ley abstracta como la ecuación (2) bajo la condición de idealización (4 ∨ 5), entonces la idealización efectivamente implica una restricción, pero condicional. La ecuación más simple se cumple bajo la condición de que se cumpla también la idealización. De esta manera, se invierte la relación deductiva arriba mencionada: la ley abstracta se sigue de la ley concreta, y no viceversa (una vez más, por (a)).

Qué relación deductiva se dé entre leyes abstractas y concretas depende de cómo incorporemos la idealización dentro de la abstracción, desde el punto de vista lógico. Sin embargo, incluir la idealización como parte de la ley abstracta suprime nuestra intuición original de que dicha ley es efectivamente más simple. Después de todo, las leyes expresadas en ecuaciones del tipo (2) se conciben como más abstractas que las expresadas en ecuaciones del tipo (1), por su mayor simplicidad sintáctica. En este sentido, la diferencia sintáctica son dos parámetros –a y b– que aparecen en (1), pero no en (2). Sin embargo, si incluimos la idealización (4 ∨ 5) dentro de la ley abstracta, entonces ya no podemos decir que los parámetros a y b se han eliminado. Por lo dicho en el capítulo uno, la pregunta de si una representación más compleja sintácticamente es más o menos abstracta que otra más simple, depende de si dicha complejidad es substractiva (como en (i)) o aditiva (como en (ii)). En el primer caso, la representación es más concreta; en el segundo, más abstracta.

En conclusión, si aislamos al modelo simple idealizado de la idealización, es decir, si lo consideramos independientemente de la idealización que lo produjo, entonces no hay manera de determinar si es más o menos general que el modelo original del que se derivó. Si por el contrario, queremos considerar la idealización como parte del modelo idealizado, entonces dependerá de qué tipo de *parte* sea ésta. Si consideramos a la ley idealizada como la conjunción de la ecuación simple con la idealización, dicha ley será menos general que la ley original. Sin embargo, si consideramos la ley como la ecuación simple condicionada por la idealización, ella será más general que la ley original. Esta segunda manera de identificar las leyes abstractas mantiene la armonía con el resto de nuestra teoría de la abstracción (lo abstracto es más general que lo concreto, lo abstracto se sigue deductivamente de lo concreto, lo abstracto es aditivamente más complejo, etc.), sin embargo, no tenemos por qué aceptarla sobre las otras.

13. Conclusión

Uno de los objetivos centrales de este capítulo ha sido arrojar luz sobre la idea de que nuestros conceptos (y, en general, lo que en este capítulo he llamado "representaciones abstractas") están compuestos (tal vez no exclusivamente) de o contienen otros conceptos. Si mi diagnóstico es correcto, la metáfora está asociada a ciertas concepciones de la abstracción como proceso de adquisición de concepto. De acuerdo a la más conocida de éstas, nuestras representaciones abstractas o conceptos surgen de eliminar, neutralizar o ignorar ciertos aspectos de lo concreto. La substracción de estos elementos hace que la nueva representación abstracta sea más general que la concreta. Mientras más elementos se substraigan, la representación es más general en su contenido y, en este sentido, más abstracta. Para que estos aspectos puedan substraerse de un concepto, deben estar en algún sentido *contenidos* en él. Por lo tanto, y dado que a cada aspecto substraible le corresponde también un concepto, podemos concluir que todo conceptos (no-atómico) esta compuesto de otros conceptos más abstractos, de manera tal que si un concepto está contenido en otro, el primero se sigue lógicamente del segundo.

Esta concepción de la abstracción, que por obvias razones he llamado aquí “substractiva”, tiene su análogo dual en lo que he llamado la concepción “aditiva” para la cual las representaciones abstractas no surgen de la substracción de aspectos de lo concreto, sino en la adición lógica (o disyunción) de elementos concretos. En esta concepción, los conceptos también están compuestos de otros conceptos, pero su composición es inversa: los componentes de un concepto no son más abstractos y generales, sino menos; y si un concepto está contenido en otro, el segundo se sigue lógicamente del primero.

En ambos casos, la estructura de los conceptos es sumamente simple: Unos conceptos contienen a otros conceptos, y no hay más que decir sobre su estructura interna. Aunque simple y primitiva, esta concepción clásica de la abstracción y la estructura de los conceptos ha dado pie a una concepción de la analíticidad y el análisis conceptual que, pese a ser también muy simple y primitiva, es muy poderosa. En el próximo capítulo desarrollo está noción clásica del análisis y la analíticidad, tratando de dejar claro, no sólo cómo se engrana con la concepción clásica de la estructura de los conceptos aquí desarrollada, sino también sus alcances explicativos. Dedico el resto del libro a señalar algunas de sus limitaciones y maneras para superarlas.

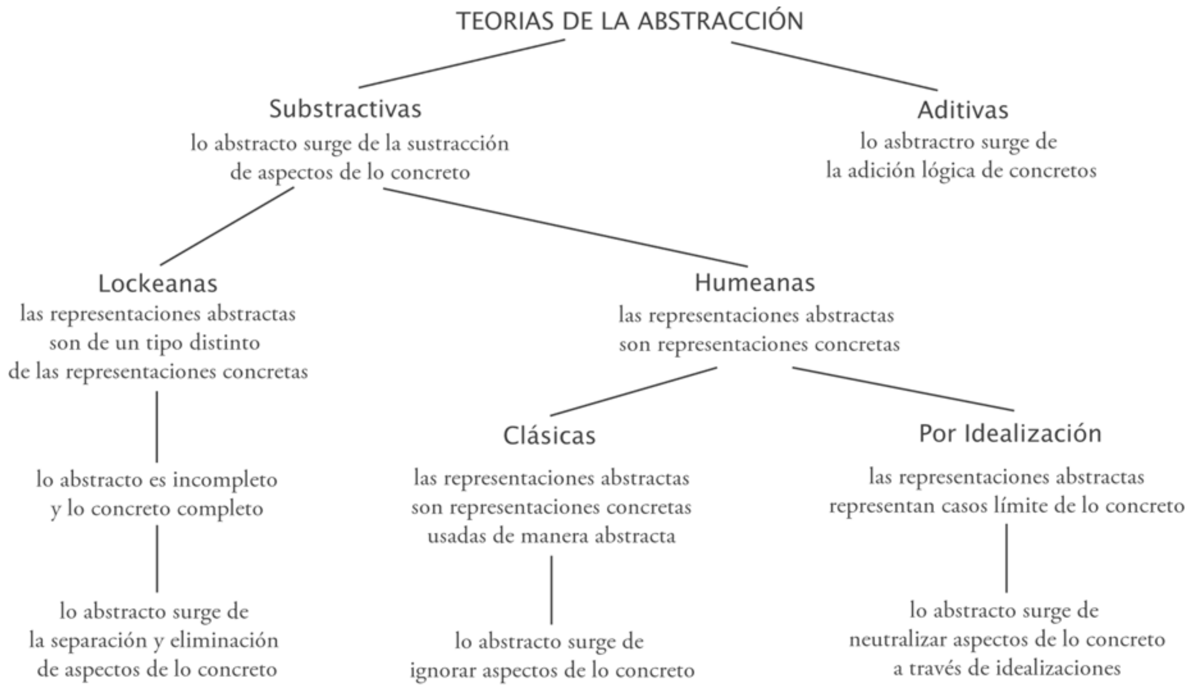

TEORIAS DE LA ABSTRACCIÓN
Substractivas
lo abstracto surge de la sustracción de aspectos de lo concreto
Aditivas
lo asbtractro surge de la adición lógica de concretos
Lockeanas
las representaciones abstractas son de un tipo distinto de las representaciones concretas
Humeanas
las representaciones abstractas son representaciones concretas
lo abstracto es incompleto y lo concreto completo
lo abstracto surge de la separación y eliminación de aspectos de lo concreto
Clásicas
las representaciones abstractas son representaciones concretas usadas de manera abstracta
lo abstracto surge de ignorar aspectos de lo concreto
Por Idealización
las representaciones abstractas representan casos límite de lo concreto
lo abstracto surge de neutralizar aspectos de lo concreto a través de idealizaciones

Figura 4.