

Capítulo 1

El Argumento de EPR

ELIAS OKON GURVICH

C. GERARDO S. CIEPIELEWSKI

Introducción

En 1935, Albert Einstein, Boris Podolsky, y Nathan Rosen (EPR) publican *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?*, artículo donde se argumenta que la mecánica cuántica es incompleta. Es decir, que la teoría no es capaz de representar todos los aspectos de la realidad física y que, por lo tanto, es razonable esperar que será suplantada por una teoría más completa en el futuro. Aunque es posible rastrear los orígenes de este argumento al debate entre Einstein y Niels Bohr durante la conferencia de Solvay de 1927, y es posible encontrar mejores versiones del argumento en otros artículos de Einstein [1948] y en correspondencia que sostuvo con Max Born y Erwin Schrödinger (ver [Fine, 1986]), el artículo ha sido utilizado como punto de referencia para discusiones posteriores y en esto radica su importancia (ver [Norsen, 2005] para una discusión detallada sobre la relación entre el argumento de EPR y similares argumentos hechos por Einstein).

Desafortunadamente, el artículo de EPR es innecesariamente complicado y resulta fácil perder de vista el punto central del argumento. En una carta a Schrödinger, Einstein escribe: "Por razones de idioma, el artículo fue escrito por Podolsky después de numerosas discusiones. De todas formas, el artículo no resultó tan bien como yo habría querido

originalmente; más bien, la cuestión esencial quedó, por así decirlo, perdida en el formalismo.”[Fine, 1986, p. 35].¹

En este capítulo presentaremos al argumento de EPR siguiendo la estructura general del artículo original. En los lugares donde consideramos pertinente hacerlo, señalamos las diferencias entre nuestra presentación y la original. Esta exposición está influenciada por la reformulación del argumento de EPR del físico David Bohm [2012, capítulo 22].

1.1. Completitud y Elementos de la Realidad

Como su nombre lo indica, el propósito del artículo de EPR es evaluar si la mecánica cuántica es o no completa. ¿Qué significa que una teoría sea completa? EPR proponen el siguiente criterio de completitud para una teoría:

Criterio de Completitud: Una teoría es completa si todo elemento de realidad tiene una contraparte en la teoría.

Es decir, una teoría es completa si todo elemento de realidad — un elemento de realidad es, como su nombre sugiere, un objeto o entidad que es parte de la realidad — tiene su correspondiente componente dentro de la teoría. Así, por ejemplo, si en la realidad existen, digamos, los electrones, entonces una teoría completa debería tener una contraparte teórica asociada a los electrones. ¿Cuáles son los elementos de la realidad? Sobre esta pregunta, EPR señalan que los elementos de la realidad “no pueden ser determinados *a priori* a partir de consideraciones filosóficas” [Einstein et al., 1935, p. 777]. En su lugar, dichos elementos deben ser determinados experimentalmente. Así, en lugar de darnos una lista *a priori* de dichos elementos, EPR proponen la siguiente condición suficiente para establecer la existencia de un elemento de realidad:

Condición Suficiente para Elementos de la realidad: Si podemos predecir con certeza el valor de una cantidad física, sin perturbar un sistema, entonces existe un elemento de realidad correspondiente a dicha cantidad física.

La idea es que, si podemos predecir con certeza el valor de cierta cantidad física,

¹Traducción propia. Original “For reasons of language this [paper] was written by Podolsky after much discussion. Still, it did not come out as well as I had originally wanted; rather, the essential thing was, so to speak, smothered by the formalism.”

entonces dicha propiedad debe existir de manera objetiva e independiente del observador. Por ejemplo, el hecho de que podemos predecir con certeza que mañana la atracción gravitacional de la Tierra evitará que yo salga despedido hacia el espacio exterior es razón suficiente para considerar que la gravedad es un elemento de la realidad.

Para desarrollar su argumento, EPR utilizan un sistema compuesto por un par de partículas cuánticas y dicen mostrar que, asociados a dicho sistema, existen elementos de realidad que no aparecen en la descripción de la teoría cuántica. Concluyen, entonces, que la mecánica cuántica es incompleta. Antes de presentar y evaluar dicho argumento, será pertinente recordar algunos elementos del formalismo cuántico.

1.2. Preliminares Cuánticos

En el primer capítulo de este volumen ?? se describió la *Regla Eigenestado-Eigenvalor* de la mecánica cuántica, según la cual un sistema posee un valor definido para una propiedad si y solo si el sistema está en un eigenestado del operador que corresponde a dicha propiedad. En consecuencia, existen sistemas que no tienen bien definido el valor de alguna propiedad. En tal caso, si nos tomamos en serio al formalismo cuántico, la regla no nos dice que el sistema tiene un valor para tal propiedad que desconocemos, sino que dicha propiedad está *indeterminada*. Recordemos también la *Regla de Born* y el *Postulado del Colapso*, que indican que, incluso si un sistema no tiene bien definido el valor de una propiedad, al medirla, modificaremos el estado del sistema medido y encontraremos un valor bien definido para la propiedad medida. En contraste, si inicialmente el sistema sí tiene un valor bien definido, la mecánica cuántica predice que el resultado de la medición coincidirá con el valor preexistente. En tal caso, es posible realizar una predicción certera con respecto al valor de la propiedad en cuestión, lo que implica, dada la Condición Suficiente para Elementos de la Realidad, que existe un elemento de realidad con respecto a la propiedad en cuestión.

Otro elemento interesante y extraño de la mecánica cuántica es la existencia de estados *enredados* (entrelazados). En éstos, el estado de un sistema compuesto de dos o más *subsistemas* está bien definido, mientras que ninguna de los *subsistemas* que constituyen al sistema compuesto tiene un estado definido. En más detalle, de acuerdo con la mecáni-

ca cuántica, todo sistema cuántico está asociado a un espacio de Hilbert. Los sistemas compuestos no son excepción. Sean A y B dos sistemas arbitrarios con sus respectivos espacios de Hilbert H_A y H_B . En ese caso, el espacio de Hilbert del sistema compuesto AB es el producto tensorial

$$H_A \otimes H_B.$$

En dicho espacio de Hilbert, existen llamados *estados separables*, tales que A y B poseen estados bien definidos en H_A y H_B respectivamente; e.g., el estado del primer sistema es $|\psi\rangle_A$, el del segundo $|\psi\rangle_B$, así que el estado del sistema compuesto es

$$|\psi\rangle_A \otimes |\psi\rangle_B. \tag{1.2.1}$$

Sin embargo, $H_A \otimes H_B$ también contiene *estados enredados*, que simplemente no pueden ser escritos de esta forma. Es decir, existen estados del sistema compuesto que no corresponden a que cada una de las partes posea un estado bien definido, sino a superposiciones de estados de esa forma. Esto, junto con la *Regla Eigenestado-Eigenvalor*, implica que dichos estados son tales que los miembros del sistema total, por separado, no poseen propiedades bien definidas, a pesar de que el sistema total sí las posee.

¿Qué sucede, entonces, si medimos alguna propiedad de un miembro de un par enredado? De acuerdo con el formalismo cuántico, al hacerlo, colapsaremos al sistema medido y obtendremos un resultado bien definido. Además, la medición sobre un miembro de un par enredado induce un cambio en el estado del otro miembro, a pesar de que este nunca fue medido, y de que puede estar tan lejos de la medición como se quiera.

Todo esto, sin duda, suena sumamente extraño y, peor aún, innecesario. ¿Para qué suponer que los sistemas pueden no tener propiedades bien definidas si, en cualquier caso, al medirlos las definimos?, ¿no sería más sencillo suponer que los sistemas siempre poseen propiedades bien definidas y que, al medir, solo descubrimos dichos valores? Y similarmente para pares enredados: ¿no es más natural pensar que las correlaciones que encontramos al medir pares enredados se deben a que dichas correlaciones ya existían desde antes y no a que, al medir, modificamos a ambos miembros del par? Esta es la intuición detrás del argumento de EPR, el cual exploraremos a continuación.

1.3. El Argumento

Supongamos que tenemos un sistema de dos partículas en el estado enredado conocido como un *singulete*,

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1^{+z}\psi_2^{-z} - \psi_1^{-z}\psi_2^{+z}), \quad (1.3.1)$$

donde, [por ejemplo](#), ψ_1^{+z} denota el estado donde la partícula 1 tiene espín arriba en la dirección z . El singulete se caracteriza porque el espín de cada partícula no está bien definido, mientras que el espín del sistema total es igual a 0.

Supongamos que ambas partículas son enviadas en direcciones opuestas y que terminan a una distancia arbitrariamente grande la una de la otra. Si uno mide el espín en la dirección z de la partícula 1, entonces, [dado el hecho de que el espín total es cero](#), uno puede predecir con certeza el valor del espín de la partícula 2 (*e.g.*, si la partícula 1 tiene espín arriba, entonces la partícula 2 tiene espín abajo). Dado que en este caso es posible predecir el espín de la partícula 2 con certeza, [uno podría pensar que puede utilizar la Condición Suficiente para Elementos de la Realidad para concluir que debe existir un elemento de realidad que corresponde al espín de la partícula 2](#). Recordemos, sin embargo, la cláusula “sin perturbar un sistema” contenida en dicha condición, la cual [no es claro que se cumpla en esta situación](#). Es decir, ¿será que la medición sobre la partícula 1 no perturba a la partícula 2, de donde se sigue que esta siempre tuvo un valor definido para el espín en la dirección z , o será que el acto de medir a la partícula 1 *causó* un cambio en la partícula 2, pese a que la partícula 2 podría estar a una gran distancia de 1?

Llegados a este punto, EPR introducen una suposición extra que puede pasar por desapercibida fácilmente.² Podemos enunciar esta suposición de la siguiente forma:

Localidad: Si dos sistemas se encuentran suficientemente alejados, entonces acciones sobre uno no pueden tener ningún efecto sobre el otro.

²Sin embargo, dicha premisa existe y puede encontrarse en el texto: “Por el otro lado, debido a que al tiempo de la medición los dos sistemas no interactúan más, ningún cambio real puede tener lugar en el segundo sistema como consecuencia de cualquier cosa que se haya hecho al primer sistema. Esto es, por supuesto, simplemente enunciar lo que significa la ausencia de interacción entre los dos sistemas.” [Einstein et al., 1935, p. 779]. Traducción propia. Original: “On the other hand, since at the time of measurement the two systems no longer interact, no real change can take place in the second system in consequence of anything that may be done to the first system. This is, of course, merely a statement of what is meant by the absence of an interaction between the two systems.”

Es claro que si uno asume localidad, entonces el acto de medir la partícula 1 no pudo haber afectado a la partícula 2. En tal caso, se cumple la cláusula de “sin perturbar un sistema” y podemos utilizar la Condición Suficiente para Elementos de la Realidad para concluir que existe un elemento de realidad que corresponde al espín de la partícula 2. Sin embargo, de acuerdo con la mecánica cuántica, la partícula 2 no tiene espín bien definido, así que la teoría no tiene una contraparte para el elemento de realidad en cuestión. De todo esto, junto con el Criterio de Completitud, se concluye que la mecánica cuántica es incompleta. Notamos, sin embargo, que dicha conclusión solo se consigue si se asume localidad.

1.4. Discusión

Podemos resumir la discusión hasta ahora diciendo que el argumento de EPR concluye que, si uno asume localidad, entonces la mecánica cuántica no es completa. Tal vez puede parecer natural asumir localidad, pero no es obligatorio hacerlo en ningún sentido. De hecho, el trabajo del físico John Bell, junto con un gran número de experimentos, ofrecen evidencia fuerte para la conclusión de que el mundo es no-local. Este es el tema del próximo capítulo en este volumen. Antes de pasar al siguiente capítulo, queremos cerrar haciendo una aclaración histórica y un comentario sobre una diferencia importante entre el argumento que expusimos y el argumento original de EPR.

Es común encontrar en recuentos sobre la postura crítica de Einstein sobre la naturaleza de la mecánica cuántica la afirmación de que Einstein estaba peleado con el indeterminismo de la teoría. Estas afirmaciones son frecuentemente seguidas de la famosa cita “Dios no juega a los dados” que aparece en una carta de Einstein a Max Born. Esto es un error. Tanto en las mismas cartas como en el artículo de EPR, es claro que el problema de Einstein era la aparente tensión que él veía entre los colapsos de la función de onda y la idea de localidad. Si, como él sugería, la mecánica cuántica no es completa, esta tensión no es una necesidad. En dicho caso, la función de onda de un sistema representaría información incompleta del par de partículas, de modo que medir la partícula 1 no modificaría a la partícula 2, sino que sólo revelaría información que estaba presente en 2 desde el inicio. Irónicamente, la carta de Einstein a Born de donde se extrae la cita de Dios y los

dados era un intento por Einstein de hacerle entender a Born cuál era su crítica.

Queremos cerrar haciendo mención de una complicación que aparece en el argumento de EPR que no incluimos. En el original, el argumento da un paso extra al considerar lo que en nuestra exposición serían [un par de mediciones de espín en direcciones ortogonales](#). Para cada medición, uno genera una predicción distinta pero igualmente certera de la partícula 2. Como esto puede realizarse, EPR continúan, sin modificar la segunda partícula (suposición de localidad), entonces existen elementos de realidad en la segunda partícula que corresponden a las diferentes mediciones que pueden realizarse. [Sabemos, sin embargo, que los diferentes componentes del espín no conmutan entre sí, así que, de acuerdo con la mecánica cuántica, no pueden tener valores bien definidos al mismo tiempo. Por lo tanto, se concluye que existen elementos de realidad que la mecánica cuántica simplemente no puede contener, así que es incompleta. Esta extensión del argumento de EPR es innecesaria para su conclusión, como esperamos nuestra presentación haya dejado en claro.](#)

Referencias

David Bohm. *Quantum Theory*. Dover Publications, 2012. ISBN 978-1-306-34657-3.

A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? *Physical Review*, 47:777–780, May 1935. ISSN 1536-6065. doi: 10.1103/PhysRev.47.777.

Albert Einstein. Quantum Mechanics and Reality. *Dialectica*, 2(3-4):320–324, 1948.

Arthur Fine. *The Shaky Game: Einstein, Realism, and the Quantum Theory*. Science and Its Conceptual Foundations. University of Chicago Press, Chicago, 1986. ISBN 978-0-226-24946-9.

Travis Norsen. Einstein's Boxes. *American Journal of Physics*, 73(2):164–176, February 2005. ISSN 0002-9505, 1943-2909. doi: 10.1119/1.1811620.